

NGUYỄN CAM - NGUYỄN VĂN HIỂN
TRẦN ĐỨC HUYỀN - DƯƠNG BỬU LỘC
HUỠNH NGỌC THANH - NGUYỄN ĐẶNG TRÍ TÍN



TÀI LIỆU DẠY-HỌC TOÁN 8

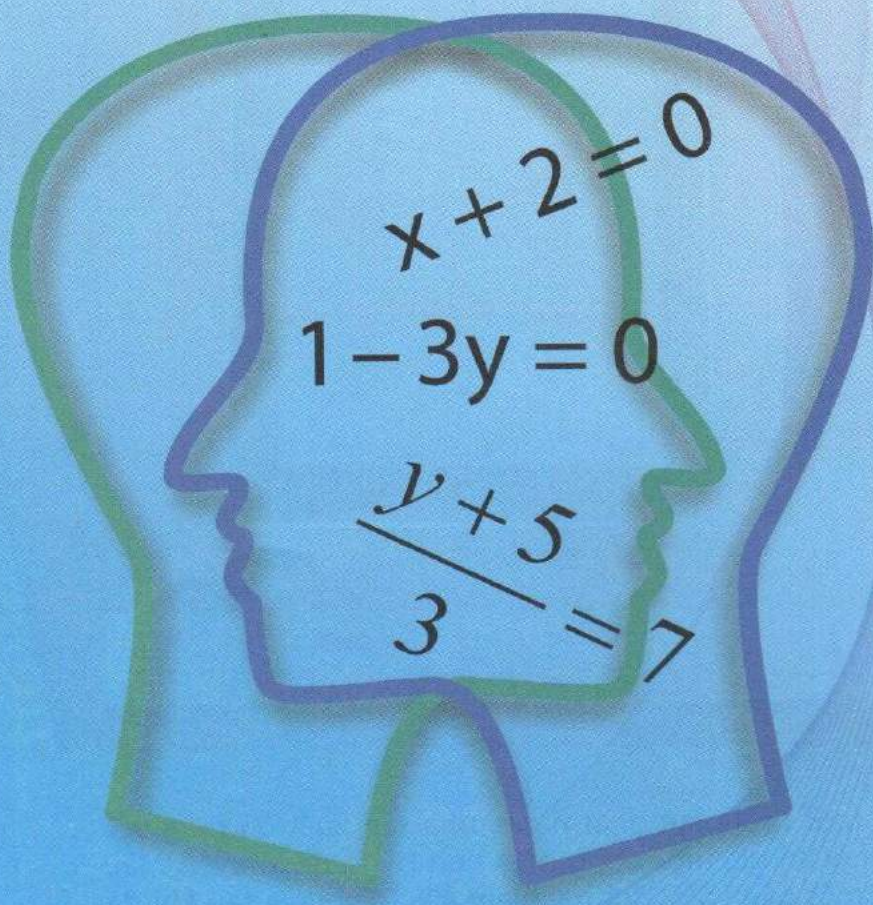
TẬP
HAI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

PHẦN

ĐẠI SỐ

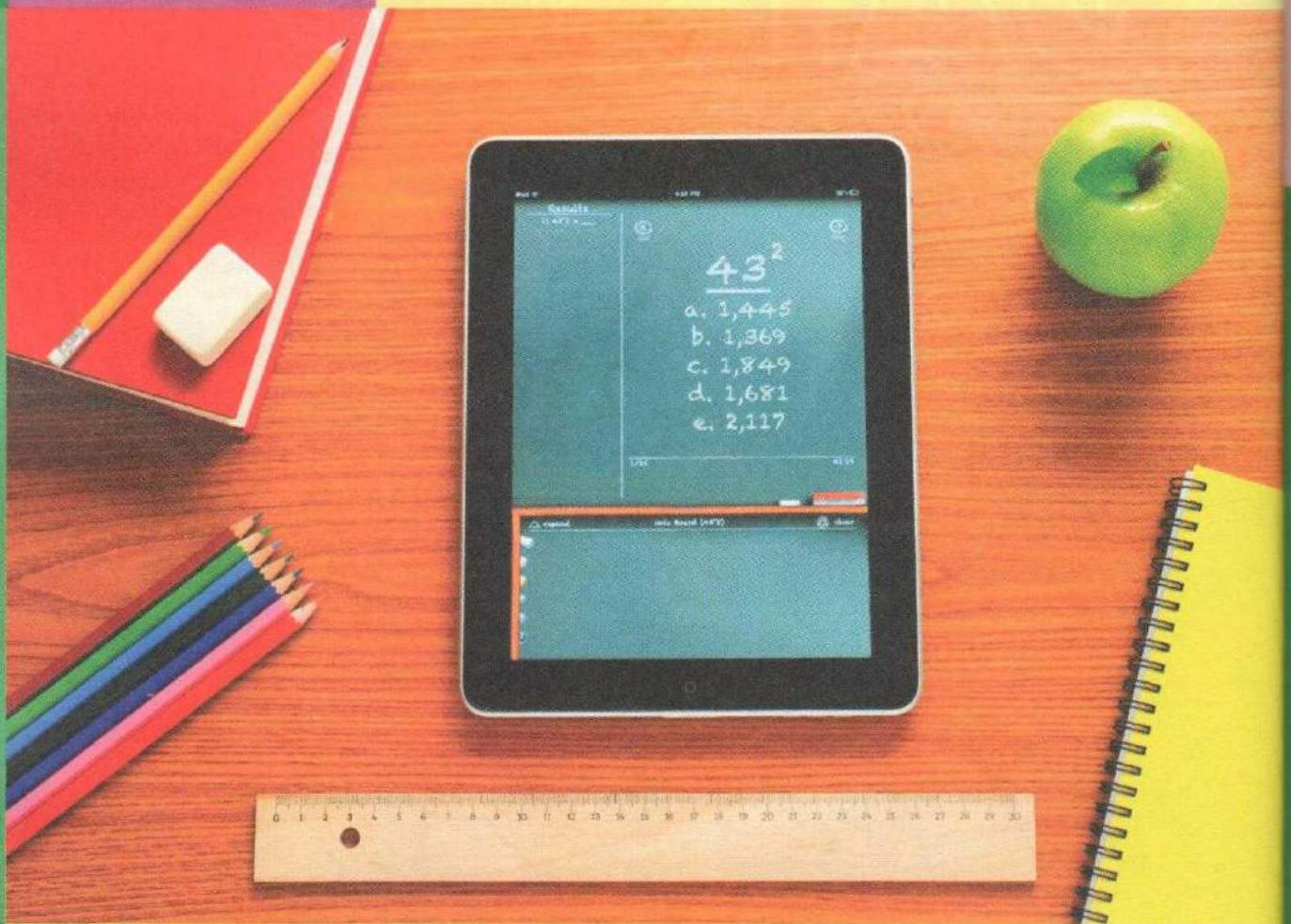


CHƯƠNG

3

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN - GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

- Phương trình bậc nhất một ẩn
- Giải bài toán bằng cách lập phương trình



Sau một thời gian phát hành, nhà sản xuất đã ra quyết định giảm giá một dòng máy tính bảng để khuyến mãi. Đợt một giảm 5%, đợt hai giảm 4% so với giá sau khi đã giảm ở đợt một. Sau hai đợt giảm giá, chiếc máy tính bảng hiện được bán với giá 4 560 000 đồng. Hỏi giá một chiếc máy tính bảng ban đầu là bao nhiêu ?

PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

- Mở đầu về phương trình
- Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải
- Phương trình đưa được về dạng $ax + b = 0$
- Phương trình tích
- Phương trình chứa ẩn ở mẫu



Bác Năm có mở tài khoản tiết kiệm tại ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Sau một năm gửi tiền, bác nhận lại được số tiền tổng cộng là 1 tỷ 605 triệu đồng. Tìm số tiền bác Năm gửi lúc đầu tương ứng với tìm x trong hệ thức :

$$x + x.7\% = 1\,605\,000\,000 \text{ (đồng)}$$



MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH

◆ Phương trình một ẩn

Hoạt động 1

Một công ti đã tài trợ áo phao cho học sinh hai xã A và B ở vùng lũ lụt miền Trung. Số áo phao học sinh xã A nhận nhiều hơn xã B là 42 cái. Gọi x là số áo phao xã A nhận được.

Hãy điền vào ô trống để hoàn thành các phát biểu sau :

a) Số áo phao xã B nhận được là : $x - \square$

b) Cho biết số áo phao xã B nhận được là 120 cái. Hệ thức liên hệ số áo phao nhận được của học sinh hai xã A và B là :

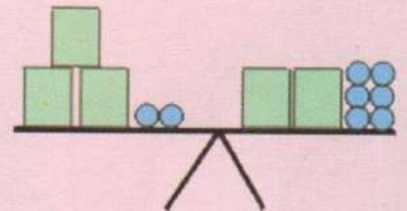
$$120 = x - \square.$$



Hoạt động 2

Gọi khối lượng của mỗi chiếc hộp là x . Giả sử rằng mỗi viên bi nặng 100 gam. Quan sát hình vẽ bên hoàn thành hệ thức liên hệ giữa khối lượng vật của hai đầu cân :

$$\square + 200 = \square + 600.$$



Hệ thức $120 = x - 42$ và hệ thức $3x + 200 = 2x + 600$ được gọi là *phương trình với ẩn số x* (hay *ẩn x*).

Một phương trình với ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó *vế trái* $A(x)$ và *vế phải* $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x .

Ví dụ

$5x + 1 = 2$ là phương trình với ẩn x ;

$3t - 5 = 3(12 - t) - 7$ là phương trình với ẩn t .



THỬ TÀI BẠN

Hãy chỉ ra ẩn của mỗi phương trình sau :

a) $y + 1 = 3$;

b) $9 = u^2 - 1$.

◆ Nghiệm của phương trình

Hoạt động 3

Hãy điền vào ô trống :

Tính giá trị mỗi vế của phương trình

$$2x + 3 = x + 5 \quad (1) \text{ với } x = 2$$

Thế $x = 2$ vào vế trái của (1) ta có $2 \cdot \square + 3 = 7$.

Thế $x = 2$ vào vế phải của (1) ta có $\square + 5 = 7$.

Khi thế $x = 2$ vào hai vế của (1) đều cho giá trị bằng 7.

Ta nói rằng : 2 *thoả mãn* (hay *nghiệm đúng*) phương trình đã cho và gọi 2 (hay $x = 2$) là một *nghiệm* của phương trình đó.

Vi dụ : Phương trình $y + 2 = 2y - 5$ có nghiệm $y = 7$.



THỬ TÀI BẠN

Cho phương trình $3x - 9 = 3 - x$.

- $x = -3$ có thoả mãn phương trình không ?
- $x = 3$ có là một nghiệm của phương trình không ?

Hoạt động 4

Hãy chỉ ra nghiệm của mỗi phương trình sau :

a) $x + 2 = 3$

b) $x^2 = 64$

c) $x^2 = -2$

d) $2(x - 2) = 2x - 4$

Ta thấy :

- Phương trình a) có một nghiệm;
- Phương trình b) có hai nghiệm;
- Phương trình c) không có nghiệm;
- Phương trình d) có vô số nghiệm.

Một phương trình có thể có *một nghiệm*, *hai nghiệm*, *ba nghiệm*, ..., nhưng cũng có thể *không có nghiệm nào* hoặc có *vô số nghiệm*. Phương trình không có nghiệm nào được gọi là phương trình *vô nghiệm*.

Vi dụ

- Phương trình $x^2 = 1$ có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = -1$.
- Phương trình $x^2 = -1$ vô nghiệm.

Giải phương trình

Tập hợp tất cả các nghiệm của một phương trình được gọi là *tập nghiệm* của phương trình đó và thường được kí hiệu bởi S .

Giải phương trình là tìm tất cả các nghiệm (hay tìm tập nghiệm) của phương trình đó.

Ví dụ

- Phương trình $x = 1$ có tập nghiệm là $S = \{1\}$.
- Phương trình $x^2 = -1$ có tập nghiệm $S = \emptyset$.
- Phương trình $x = x$ có tập nghiệm là $S = \mathbb{R}$.



THỬ TÀI BẠN

Hãy điền vào chỗ trống :

- Phương trình $x^2 = 25$ có tập nghiệm là $S = \dots$
- Phương trình $x^2 = -2$ có tập nghiệm là $S = \dots$
- Phương trình $x - 2 = x - 2$ có tập nghiệm là $S = \dots$



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Quan sát phương trình $x^2 = x$, hai bạn Lan và Lâm có nhận xét sau :

Bạn Lan nói rằng : Phương trình trên có một nghiệm.

Bạn Lâm nói rằng : Phương trình trên có hai nghiệm.

Theo em bạn nào đúng ?

♦ Phương trình tương đương

Hoạt động

5

Tìm nghiệm của hai phương trình sau :

$$2x = 6 \text{ và } 3x = 2x + 3$$

Hai phương trình trên cùng có tập nghiệm là $S = \{3\}$, ta nói rằng hai phương trình ấy *tương đương với nhau*.

Tổng quát, hai phương trình có cùng một tập nghiệm được gọi là *hai phương trình tương đương*.

Để chỉ hai phương trình tương đương với nhau, ta dùng kí hiệu " \Leftrightarrow ".

Ví dụ

a) Hai phương trình $2x + 6 = 0$ và $3x = 2x - 3$ là hai phương trình tương đương vì chúng có cùng tập nghiệm $S = \{-3\}$, ta viết :

$$2x + 6 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2x - 3$$

b) $x + 2 = x \Leftrightarrow x^2 = -9$ (vì có cùng tập nghiệm là $S = \emptyset$).



THỬ TÀI BẠN

Hãy cho biết các cặp phương trình sau có tương đương với nhau không ?

- a) $x + 3 = 0$ và $3 = x$
- b) $2x - 1 = 3$ và $x - 2 = 0$
- c) $x = 0$ và $x(x - 1) = 0$



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Thầy giáo hỏi Hai phương trình $x = 2$ và $x^2 - 4 = 0$ có tương đương với nhau không ?

Bạn Hải trả lời : Không tương đương.

Bạn Bằng trả lời : Tương đương.

Theo em bạn nào đúng ?



PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN VÀ CÁCH GIẢI

◆ Định nghĩa phương trình bậc nhất một ẩn

Hoạt động 6

Gọi x (kg) là cân nặng của bé, mẹ cân nặng 52 kg. Biết cả hai mẹ con cân nặng 67 kg. Hãy điền vào ô trống hệ thức liên hệ giữa cân nặng của hai mẹ con sau :

$$52 + x = \square$$



Hệ thức $52 + x = 67$ được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

Phương trình dạng $ax + b = 0$, với a và b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

Ví dụ

- a) Phương trình $2y + 8 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn.
- b) Phương trình $2t - 3 = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn.



THỬ TÀI BẠN

Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn ?

- a) $2x - 5 = 0$
- b) $y = 0$
- c) $0x + 2 = 0$
- d) $5 - 2t = 0$

Để giải các phương trình này, ta thường dùng quy tắc chuyển vế và quy tắc nhân mà ta nêu sau đây.

◆ Hai quy tắc biến đổi phương trình

a) Quy tắc chuyển vế

Hoạt động

7

Hãy điền vào ô trống để giải bài toán tìm x sau :

$$x + 5 = 0$$

$$x = \square.$$

Trong bài toán trên, để tìm x , cộng hai vế cho -5 , ta được $x = -5$.

Như vậy, số hạng $+5$ ở vế trái được chuyển sang vế phải và đổi dấu thành -5 .

Trong một phương trình, ta có thể chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu hạng tử đó.

Quy tắc trên gọi là quy tắc chuyển vế.

Ví dụ

a) $3 + y = 0 \Leftrightarrow y = -3$ (chuyển 3 sang vế phải và đổi dấu).

b) Tương tự, $2 = -x \Leftrightarrow x = -2$.



THỬ TÀI BẠN

Giải các phương trình :

a) $x - 2 = 0$;

b) $6 - x = 0$;

c) $7 + x = 0$.

b) Quy tắc nhân với một số

Hoạt động

8

Tìm x biết $3x = 5$.

Trong bài toán trên, nhân cả hai vế của phương trình với $\frac{1}{3}$, ta được $x = \frac{5}{3}$.

Trong một phương trình, ta có thể nhân cả hai vế với cùng một số khác 0.

Quy tắc trên gọi là quy tắc nhân với một số (gọi tắt là quy tắc nhân).

Chú ý rằng nhân cả hai vế với $\frac{1}{3}$ cũng có nghĩa là chia cả hai vế cho 3. Do đó quy tắc nhân còn có thể phát biểu như sau :

• Trong một phương trình, ta có thể chia cả hai vế cho cùng một số khác 0.

Ví dụ : $\frac{x}{3} = -2$

$$\Leftrightarrow x = 3(-2)$$

$$\Leftrightarrow x = -6 \text{ (nhân hai vế với 3)}$$



THỬ TÀI BẠN

Giải các phương trình :

a) $-5x = -2$;

b) $0,2x = 1,4$;

c) $-2x = 14$;

d) $\frac{1}{2}x - 1 = 5$.

♦ Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn

Thực động 9

Điền vào chỗ chấm :

Giải phương trình $2x - 6 = 0$.

Giải :

$$2x - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x = 6 \quad (\text{chuyển ... sang về ... và đổi dấu})$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \quad (\text{chia cả hai vế cho ...}).$$

Kết luận : Nghiệm của phương trình là $x = 3$.

Ví dụ : Giải phương trình (nêu quy tắc sử dụng) :

$$1 - 2x = 5.$$

Giải :

$$1 - 2x = 5 \Leftrightarrow -2x = 5 - 1$$

(chuyển 1 qua vế phải và đổi dấu)

$$\Leftrightarrow x = 4 : (-2)$$

(chia cả hai vế cho -2)

$$\Leftrightarrow x = -2$$

(rút gọn)

Tập nghiệm của phương trình : $S = \{-2\}$.

Nhận xét : Qua mỗi phép biến đổi ở trên, ta được một phương trình mới tương đương với phương trình đã cho.

Ví dụ : Giải phương trình $1 - \frac{2}{3}x = 0$.

Giải :

$$1 - \frac{2}{3}x = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -1 \Leftrightarrow x = (-1) : \left(-\frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

• Một cách tổng quát, phương trình $ax + b = 0$ (với $a \neq 0$) được giải như sau :

$$ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Vậy phương trình bậc nhất $ax + b = 0$ (với $a \neq 0$) luôn có một nghiệm duy nhất là $x = -\frac{b}{a}$.



THỬ TÀI BẠN

Giải phương trình $-0,6x + 3 = 0$.



PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA ĐƯỢC VỀ DẠNG $ax + b = 0$

Hoạt động 10

Điền vào chỗ chấm để hoàn thành bài giải.

a) Giải phương trình : $4x - (4 - 3x) = 2(x + 3)$.

Thực hiện phép tính để bỏ dấu ngoặc :

$$4x - 4 + 3x = \dots$$

Chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế, các hằng số sang vế kia :

$$4x + 3x - 2x = \dots$$

Thu gọn và giải phương trình ta nhận được :

$$5x = \dots \Leftrightarrow x = \dots$$

b) Giải phương trình :

$$\frac{3x-2}{3} + 2x = \frac{11}{6} + \frac{5-3x}{4}$$

Quy đồng mẫu hai vế :

$$\frac{4(3x-2)}{12} + \frac{2x \cdot 12}{12} = \frac{11 \cdot 2}{12} + \dots$$

Nhân hai vế với 12 để khử mẫu và bỏ dấu ngoặc :

$$12x - 8 + 24x = 22 + \dots$$

Chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế, các hằng số sang vế kia :

$$12x + 24x + 9x = \dots$$

- Thu gọn và giải phương trình nhận được :

$$45x = \dots \Leftrightarrow x = \dots$$

Các bước thông thường để giải phương trình bậc nhất

- Quy đồng mẫu số hai vế của phương trình.
- Khử mẫu số và bỏ dấu ngoặc.
- Chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế, các hằng số sang vế kia.
- Thu gọn và giải phương trình nhận được.

Ví dụ : Giải phương trình $\frac{5x-2}{4} + 2x = \frac{3x-2}{3} + \frac{14}{3}$.

Giải :

$$\frac{5x-2}{4} + 2x = \frac{3x-2}{3} + \frac{14}{3} \Leftrightarrow \frac{(5x-2)3}{4 \cdot 3} + \frac{2x \cdot 12}{12} = \frac{(3x-2)4}{3 \cdot 4} + \frac{14 \cdot 4}{3 \cdot 4}$$

$$\Leftrightarrow 15x - 6 + 24x = 12x - 8 + 56$$

$$\Leftrightarrow 15x + 24x - 12x = -8 + 56 + 6$$

$$\Leftrightarrow 27x = 54$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Phương trình có tập nghiệm $S = \{2\}$.



THỬ TÀI BẠN

Giải phương trình $x + \frac{2x}{3} = \frac{13-x}{2}$.

Chú ý

Quá trình giải phương trình có thể dẫn đến trường hợp đặc biệt là hệ số của ẩn bằng 0. Khi đó, phương trình có thể vô nghiệm hoặc nghiệm đúng với mọi x .

Ví dụ : Giải phương trình $x + 5 = x - 5$.

Giải :

$$\begin{aligned}x + 5 = x - 5 &\Leftrightarrow x - x = -5 - 5 \\ &\Leftrightarrow 0x = -10\end{aligned}$$

Phương trình vô nghiệm. Tập nghiệm của phương trình là $S = \emptyset$.

Ví dụ : Giải phương trình $x + 3 = x + 3$.

Giải :

$$\begin{aligned}x + 3 = x + 3 &\Leftrightarrow x - x = 3 - 3 \\ &\Leftrightarrow 0x = 0\end{aligned}$$

Phương trình nghiệm đúng với mọi x .

Tập nghiệm của phương trình là $S = \mathbb{R}$.



THỬ TÀI BẠN

Tìm tập nghiệm của các phương trình sau :

a) $3x + 5 = 0$

b) $\sqrt{2}x = \sqrt{2}x + 1$

c) $2x + 5 = 2x + 5$.



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Thầy giáo ra đề toán : Giải phương trình (nêu rõ các bước giải)

$$x = 2x.$$

Bạn Lan giải :

$$x = 2x \Leftrightarrow 1 = 2 \text{ (chia hai vế cho } x\text{)}.$$

Kết luận : Phương trình vô nghiệm.

Bạn Liên giải :

$$x - 2x = 0 \quad \text{(chuyển } 2x \text{ sang vế trái)}$$

$$-x = 0 \quad \text{(rút gọn)}$$

$$x = 0 \quad \text{(nhân hai vế cho } -1\text{)}$$

Tập nghiệm của phương trình là $S = \{0\}$.

Bạn Lan nói : Tôi giải đúng rồi.

Bạn Liên nói : Phương trình này phải có nghiệm bằng 0.

Em hãy cho biết bạn nào đúng.

TRƯỜNG THCS THÂN VĂN ỨNG
THƯ VIỆN
Số: 4027 / TK / 17



PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

♦ Phương trình tích và cách giải

Hoạt động

11

Hãy giải các phương trình sau :

a) $x - 2 = 0$ (1)

b) $x - 3 = 0$ (2)

c) $(x - 2)(x - 3) = 0$ (3)

Tập nghiệm của phương trình (3) bao gồm tập nghiệm của phương trình (1) và (2).

Phương trình (3) được gọi là phương trình tích.

Để giải phương trình (3) ta lần lượt giải hai phương trình (1) và (2), rồi lấy tất cả nghiệm của (1) và (2).

Ví dụ : Giải phương trình $(3x - 6)(x + 1) = 0$.

Phương pháp giải :

Vì vế trái có dạng tích hai thừa số bằng 0 nên ta có

$$(3x - 6)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 6 = 0 \text{ (1) hoặc } x + 1 = 0 \text{ (2).}$$

Chú ý : Để cho gọn, ta có thể viết lại như sau :

$$(3x - 6)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6 = 0 & \text{(1)} \\ x + 1 = 0 & \text{(2)} \end{cases}$$

Do đó ta giải hai phương trình :

$$(1) \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$$

$$(2) \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm : $x = 2$ và $x = -1$.

Tập nghiệm của phương trình là $S = \{2 ; -1\}$.

Tổng quát : Để giải phương trình tích $A(x)B(x) = 0$, ta áp dụng công thức :

$$A(x).B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \end{cases}$$

Tiếp theo ta giải hai phương trình $A(x) = 0$ và $B(x) = 0$, rồi lấy tất cả các nghiệm của chúng.

Áp dụng

Ví dụ : Giải phương trình $(x + 1)(x + 4) = 1 - x^2$.

Giải :

Ta biến đổi phương trình đã cho thành phương trình tích như sau :

$$(x + 1)(x + 4) = 1 - x^2$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x + 4) + x^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+4) + (x-1)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+4+x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(2x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 & \text{(a)} \\ 2x+3=0 & \text{(b)} \end{cases}$$

$$\text{(a)} \Leftrightarrow x = -1 ;$$

$$\text{(b)} \Leftrightarrow 2x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ -1; -\frac{3}{2} \right\}$.

Trong Ví dụ trên, ta đã thực hiện hai bước giải sau :

Bước 1. Đưa phương trình đã cho về dạng phương trình tích.

Trong bước này, ta chuyển tất cả các hạng tử sang về trái (lúc này, về phải là 0), rút gọn rồi phân tích đa thức thu được ở về trái thành nhân tử.

Bước 2. Giải phương trình tích rồi kết luận.

Trong trường hợp về trái là tích của nhiều hơn hai nhân tử, ta cũng giải tương tự.



THỬ TÀI BẠN

Giải phương trình $x^2 - 4 + x + 2 = 0$.



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Thầy giáo hỏi : Phương trình $(x-2)(x+3)(4-2x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm ?

Bạn Lâm : Phương trình có ba nghiệm.

Bạn Lê : Phương trình có hai nghiệm.

Theo em, bạn nào đúng ?



PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

12

a) Cho phương trình

$$x + \frac{1}{x-2} = 3 + \frac{1}{x-2} \quad (1)$$

Giá trị $x = 3$ có phải là nghiệm của phương trình (1) hay không ? Vì sao ?

b) Cho phương trình

$$x + \frac{1}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2} \quad (2)$$

Giá trị $x = 2$ có phải là nghiệm của phương trình (2) hay không ? Vì sao ?

Ta thấy $x = 3$ là nghiệm của phương trình (1) vì khi thế $x = 3$ vào (1) phương trình thoả mãn và biểu thức $\frac{1}{x-2}$ xác định (vì $3 - 2 \neq 0$).

Ta thấy $x = 2$ không phải là nghiệm của phương trình (2) vì khi thế $x = 2$ vào (2) biểu thức $\frac{1}{x-2}$ không xác định (vì $2 - 2 = 0$).

Bởi vậy, khi giải phương trình chứa ẩn ở mẫu, ta phải chú ý đến một yếu tố đặc biệt, đó là điều kiện xác định của phương trình.

♦ Tìm điều kiện xác định của một phương trình

Đối với phương trình chứa ẩn ở mẫu, các giá trị của ẩn mà tại đó ít nhất một mẫu thức trong phương trình nhận giá trị bằng 0, chắc chắn không thể là nghiệm của phương trình. Vì vậy, người ta thường đặt điều kiện cho ẩn để tất cả các mẫu trong phương trình đều khác 0 và gọi đó là điều kiện xác định (viết tắt là ĐKXĐ) của phương trình.

Ví dụ : Tìm điều kiện xác định của mỗi phương trình sau :

a) $\frac{2x+1}{x-2} = 1+x$; b) $\frac{2}{x+1} = 1 + \frac{1}{x-2}$.

Giải :

Ta có $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

Vậy ĐKXĐ của phương trình $\frac{2x+1}{x-2} = 1+x$ là $x \neq 2$.

b) Ta thấy $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$
và $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy ĐKXĐ của phương trình $\frac{2}{x+1} = 1 + \frac{1}{x-2}$ là $x \neq -1$ và $x \neq 2$.



THỬ TÀI BẠN

Tìm điều kiện xác định của mỗi phương trình sau :

a) $\frac{2x-1}{x+1} = \frac{x+4}{x-1}$; b) $\frac{5}{x} = \frac{2x-1}{x-2} - x$.

♦ Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu

Ví dụ : Giải phương trình $\frac{x+2}{2x} = \frac{x+3}{2(x-2)}$. (1)

Phương pháp giải :

- ĐKXĐ của phương trình là $x \neq 0$ và $x \neq 2$.

- Quy đồng mẫu hai vế của phương trình :

$$\frac{(x+2)(x-2)}{2x(x-2)} = \frac{x(x+3)}{2x(x-2)}$$

Khử mẫu

$$(x+2)(x-2) = x(x+3) \quad (*)$$

– Giải phương trình (*):

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow x^2 - 4 = x^2 + 3x \\ &\Leftrightarrow 3x = -4 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

– Do việc khử mẫu, phương trình (*) có thể không tương đương với phương trình (1) đã cho. Vì thế, cần thử lại xem giá trị $x = -\frac{4}{3}$ có đúng là nghiệm của phương trình (1) hay không. Muốn vậy, ta chỉ cần kiểm tra xem nó có thoả mãn ĐKXD hay không.

Ta thấy $x = -\frac{4}{3}$ ($x \neq 0$ và $x \neq 2$) thoả mãn ĐKXD nên nó là nghiệm của (1).

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là $S = \left\{ -\frac{4}{3} \right\}$.

Cách giải phương trình chứa ẩn ở mẫu

Bước 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình.

Bước 2. Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu.

Bước 3. Giải phương trình vừa nhận được.

Bước 4 (Kết luận). Kiểm tra các giá trị của ẩn tìm được ở bước 3 với điều kiện xác định để tìm các nghiệm của phương trình đã cho.

Áp dụng

Ví dụ: Giải phương trình $\frac{x}{x+3} + \frac{x}{x+2} = \frac{x}{(x+2)(x+3)}$ (2)

Giải:

– ĐKXD: $x \neq -3$ và $x \neq -2$.

– Quy đồng mẫu hai vế và khử mẫu:

$$\frac{x(x+2) + x(x+3)}{(x+2)(x+3)} = \frac{x}{(x+2)(x+3)}$$

Suy ra $x(x+2) + x(x+3) = x$ (**)

– Giải phương trình (**):

$$\begin{aligned} (**) &\Leftrightarrow x^2 + 2x + x^2 + 3x - x = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x^2 + 4x = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x(x+2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x = 0 \text{ hoặc } x + 2 = 0. \end{aligned}$$

Với $2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (thoả mãn ĐKXD);

Với $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ (loại vì không thoả mãn ĐKXD).

– Kết luận: Tập nghiệm của phương trình (2) là $S = \{0\}$.



THỬ TÀI BẠN

Giải phương trình $\frac{x}{x-1} + \frac{x}{x-3} = \frac{2x}{(x-2)(x-3)}$.



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Giải phương trình $\frac{x^2 - 3x}{x-3} = 3$ (1)

Bạn Hà giải như sau :

Rút gọn về trái của (1), ta được :

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x(x-3)}{x-3} = 3 \Leftrightarrow x = 3.$$

Bạn Hải giải như sau :

Điều kiện xác định của phương trình (1) là $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Quy đồng hai vế và khử mẫu :

$$\begin{aligned} x(x-3) &= 3(x-3) \Leftrightarrow x(x-3) - 3(x-3) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-3)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \end{aligned}$$

$x = 3$ không thoả mãn ĐKXD nên bị loại.

Vậy phương trình vô nghiệm.

Em hãy cho biết bạn nào đúng, bạn nào sai. Vì sao ?

GHI NHỚ

- Một phương trình với ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó *vế trái* $A(x)$ và *vế phải* $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x .
- Giải phương trình là tìm tất cả các nghiệm (hay tập nghiệm) của phương trình đó.
- Hai phương trình có cùng một tập nghiệm là hai phương trình tương đương.
- Phương trình tích có dạng $A(x).B(x) = 0$.

Để giải phương trình tích ta giải hai phương trình $A(x) = 0$ và $B(x) = 0$, rồi lấy tất cả các nghiệm của chúng.

Cách giải phương trình chứa ẩn ở mẫu :

Bước 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình.

Bước 2. Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu.

Bước 3. Giải phương trình vừa nhận được.

Bước 4 (Kết luận). Kiểm tra các giá trị của ẩn tìm được ở bước 3 với điều kiện xác định để tìm các nghiệm của phương trình đã cho.



1 = 2?

Một bài toán ngụ ngôn :

Ta có thể chứng minh một điều thật vô lí là $2 = 1$. Hãy quan sát các bước giải sau đây :

Giả sử cho $a = b$ ($b \neq 0$)

Khi đó $a^2 = a \times b$ (nhân hai vế với a)

$a^2 - b^2 = a \times b - b^2$ (trừ hai vế cho b^2)

$(a - b)(a + b) = b(a - b)$ (phân tích ra thừa số)

$a + b = b$ (chia hai vế cho $a - b$)

$2b = b$ (thay a bằng b, vì giả thiết cho $a = b$)

$2 = 1$ (chia hai vế cho b với $b \neq 0$)

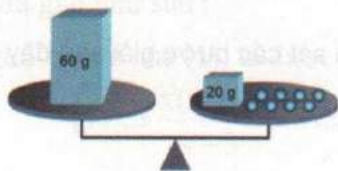
Theo em, các bước chứng minh trên là đúng hay sai ?



BÀI TẬP

Mở đầu về phương trình

1. Gọi x là khối lượng của mỗi viên bi, viết hệ thức liên hệ giữa khối lượng của các vật ở đĩa cân sau :



2. Hãy xét xem $x = -2$ là nghiệm của phương trình nào sau đây :

a) $x + 2 = 0$; b) $x - 2 = 0$;
c) $(x + 2)(x - 2) = 0$; d) $x - 2 = x - 2$.

3. Giá trị nào sau đây là nghiệm của phương trình $(t + 2)^2 = 9$:

$t = 0$; $t = 1$; $t = -5$?

4. Tìm tập nghiệm của các phương trình sau :

a) $x + 2 = 2x + 3$;
b) $x^2 = 121$;
c) $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$;
d) $x + 5 = x - 5$;
e) $x^2 = -1$.

5. Xét xem phương trình nào sau đây có nghiệm $x = 1$.

a) $5(x - 1) = 2x - 1$;
b) $\frac{1}{x+1} = \frac{x}{2}$; c) $x^2 - 2x - 3 = 0$.

6. Xét xem cặp phương trình nào sau đây là tương đương :

a) $x = 1$ và $x(x - 1) = 0$;
b) $x^2 = x^2$ và $x - x = 0$;
c) $(x - 2)^2 = 0$ và $x = 2$;
d) $x - x = 5$ và $x - x = 2$;
e) $t - t = 1$ và $t = t$.

Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải

7. Hãy chỉ ra các phương trình bậc nhất trong các phương trình sau :

a) $3 + x = 0$; b) $2x + x^2 = 0$;
c) $1 - 3y = 0$; d) $3x = 0$;
e) $0x - 3 = 0$.

8. Giải các phương trình (nêu quy tắc sử dụng) :

a) $2x - 4 = 5$; b) $4 - 3x = 10$;
c) $-5x = 0$; d) $11x - 5 = 116$;
e) $\frac{2}{3}x - 1 = 4$; f) $0,2t = 5$.

9. Giải các phương trình :

a) $5x - 30 = 0$; b) $3x + x + 12 = 0$;
c) $2x - 5 = 3 - x$; d) $17 - 2x = 19 - x$.

10. Giải các phương trình sau, viết số gần đúng của mỗi nghiệm ở dạng số thập phân bằng cách làm tròn đến hàng phần trăm :

a) $5x - 13 = 0$; b) $18 + 7x = 0$;
c) $12 - 5x = 2x - 3$.

11. Giải các phương trình :

a) $5x - 2 = 2x + 3$;
b) $3 - 2u + 4 + 6u = u + 7 + 3u$;
c) $1 - (x - 6) = 4(2 - 2x)$;
d) $-6(1,5 - 2v) = 3(-15 + 2v)$;
e) $0,3 - 2(0,5t - 0,1) = 4(t - 2,5) - 0,7$;
f) $\frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{4}\right) - \frac{5}{8} = x$.

Phương trình đưa được về dạng $ax + b = 0$

12. Giải các phương trình :

a) $\frac{y-3}{2} = \frac{1}{4}$; b) $\frac{y+5}{3} = 7$;
c) $8 - \frac{x-2}{2} = \frac{x}{4}$; d) $\frac{x-2}{2} - \frac{x-3}{4} = \frac{7}{4}$;
e) $\frac{y-3}{3} - \frac{y-2}{2} = -1$.

13. Tìm tập nghiệm của mỗi phương trình sau :

a) $2x + 15 = 0$

b) $\sqrt{3x} + 12 = \sqrt{3x} + 12$

c) $17x + 16 = 17x + 15.$

14. Số nào trong ba số 1 ; 2 và -3 nghiệm đúng mỗi phương trình sau :

$| -x | = x ; x^2 + x - 6 = 0$

và $\frac{12}{1+x} = 4x + 2.$

15. Để hoàn thành bài thi cho môn Kỹ năng sống, bạn Hà phải đi bộ mất 1 giờ, sau đó chạy 30 phút. Biết rằng vận tốc chạy gấp đôi vận tốc đi bộ và tổng quãng đường hoàn thành là 5 km. Hãy viết phương trình thể hiện tổng quãng đường Hà đã hoàn thành với vận tốc đi bộ là x (km/h).

16. Giải các phương trình :

a) $5 + 3x = 22 - 4x ;$

b) $7x - 3 = 5x + 12 ;$

c) $2x - 1 + 3x = 25 + 4x - 1 ;$

d) $2x + 3x + 4x - 19 = 3x + 5 ;$

e) $17 - 3(2x + 4) = -(x + 4) ;$

f) $(2x - 1) - (2x - 1) = 5 - x.$

17. Cho một mảng tường hình thang có diện tích là 300 m^2 . Nếu chiều cao là 20 m và chiều dài một cạnh đáy là 16 m, thì chiều dài cạnh đáy còn lại là bao nhiêu ?

18. Tìm ngày sinh của thầy giáo

Nhân ngày Nhà giáo Việt Nam 20 tháng 11, các bạn lớp 8A muốn biết được ngày tháng năm sinh của thầy giáo dạy toán. Bạn lớp trưởng hỏi và thầy trả lời :

Tôi sinh tháng 8 năm 1970 còn ngày sinh của tôi là đáp số của bài toán sau : “Ngày sinh của tôi cộng với 4, nhân tổng nhận được với 5, được bao nhiêu đem trừ

đi 10, nhân hiệu tìm được với 3, rồi cộng thêm 15. Tất cả đem chia cho 15 được kết quả là 15.”

Em giúp các bạn giải bài toán này nhé!

Phương trình tích

19. Giải các phương trình :

a) $(2x - 3)(x + 5) = 0 ;$

b) $(1,2x - 3,6)(0,2x + 2) = 0 ;$

c) $(x + 3)(x^2 + 2) = 0 ;$

d) $(3x + 5)(2x - 5)(2x + 1) = 0.$

20. Giải các phương trình :

a) $x(x - 3) + 3(x - 3) = 0 ;$

b) $(x^2 - 9) + (x + 3)(3 - 2x) = 0 ;$

c) $3x^2 + 3x = 0 ;$

d) $x(x - 5) - 4x + 20 = 0 ;$

e) $(x - 5)^2 = x^2 - 5 ;$

f) $x^2 - x = -(7x - 7).$

21. Giải các phương trình :

a) $x(x - 9) = x(x - 5) ;$

b) $0,2x(x - 3) = (x - 3)(1,8x - 3) ;$

c) $3x - 9 = 2x(x - 3) ;$

d) $\frac{2}{5}x - 1 = \frac{1}{5}x(2x - 5).$

22. Giải các phương trình :

a) $x^2 - 4x + 4 = 4 ;$

b) $x^2 - 2x = -x + 2 ;$

c) $x^2 + 4x - 5 = 0 ;$

d) $x^2 - 3x = -2.$

23. Giải các phương trình :

a) $x^3 + 3x^2 = x^2 + 3x ;$

b) $(x + 2)^2 = 4 - x^2 ;$

c) $(3x + 1)^2 = (3x + 1).$

Phương trình chứa ẩn ở mẫu

24. Tìm điều kiện xác định của mỗi phương trình sau :

a) $\frac{x-2}{x+4} = \frac{x-1}{x+2}$;

b) $\frac{x-1}{x^2+4} = \frac{x-1}{x+1}$;

c) $\frac{x+2}{x^2-4} = \frac{1}{x-2}$;

d) $\frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{1}{x-2}$.

25. Giải các phương trình :

a) $\frac{2x-5}{x-5} = 3$;

b) $\frac{x^2-12}{x} = x + \frac{3}{2}$;

c) $\frac{(x^2-4)-(3x+6)}{x-2} = 0$;

d) $\frac{8}{2x+1} = 2x-1$.

26. Giải các phương trình :

a) $\frac{2x-1}{x-3} + 4 = -\frac{1}{x-3}$;

b) $\frac{2x-1}{x+1} + 1 = \frac{1}{x+1}$;

c) $\frac{5x}{2x+2} + 1 = -\frac{6}{x+1}$;

d) $x + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2}$.

27. Giải các phương trình :

a) $\frac{1}{x-3} + 2 = \frac{x-3}{3-x}$;

b) $3x - \frac{3x^2}{x+3} = \frac{4x}{x+3} + \frac{2}{5}$;

c) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$;

d) $\frac{3x-2}{2x+5} = \frac{6x+1}{4x-3}$.

28. Giải các phương trình :

a) $\frac{x-3}{x-2} + \frac{x+2}{x} = 2$;

b) $\frac{x}{x+1} - \frac{2x-3}{x-1} = \frac{2x+3}{x^2-1}$;

c) $\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x+1} = 2$;

d) $\frac{x+3}{x+1} + \frac{x-2}{x} = 2$.

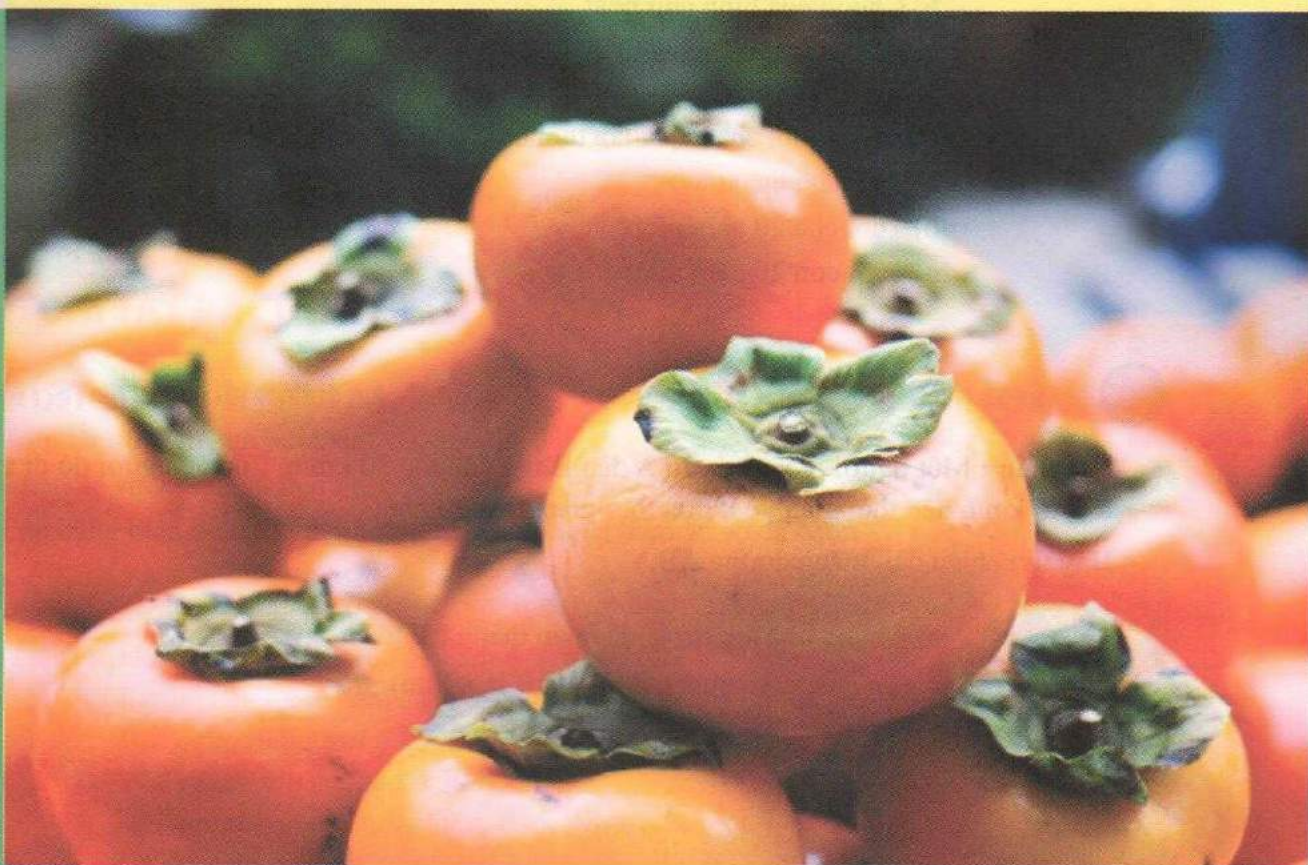
29. Tìm các giá trị của a sao cho mỗi biểu thức sau có giá trị bằng 2 :

a) $\frac{a-1}{a+1} + \frac{a-3}{a+3}$;

b) $-\frac{3a-1}{4a+12} - \frac{7a+2}{6a+18}$.

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

- Biểu diễn một đại lượng bởi biểu thức chứa ẩn.
- Ví dụ về giải bài toán bằng cách lập phương trình.
- Tóm tắt bài toán, chọn ẩn và lập bảng.



Một đàn em nhỏ đứng bên sông.
To nhỏ bàn nhau chuyện chia hồng.
Mỗi người năm trái thừa năm trái.
Mỗi người sáu trái một người không.
Hỏi người bạn trẻ đang dừng bước.
Có mấy em thơ mấy trái hồng ?

BIỂU DIỄN MỘT ĐẠI LƯỢNG BỞI BIỂU THỨC CHỨA ẨN

Trong thực tế đời sống cũng như trong Toán học, nhiều đại lượng biến đổi phụ thuộc lẫn nhau. Nếu kí hiệu một trong các đại lượng ấy là x thì các đại lượng khác có thể được biểu diễn dưới dạng một biểu thức của biến x .

Hoạt động 1

Điền vào ô trống để hoàn thành các phát biểu sau :

Gọi x (km/h) là vận tốc của một ô tô. Khi đó :

Quãng đường ô tô đi được trong 6 giờ là (km).

Thời gian để ô tô đi được quãng đường 120 km là (h).

Hoạt động 2

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều rộng là x (m), chiều dài hơn chiều rộng 30 m. Hãy viết biểu thức với biến x biểu thị :

- Chiều dài của hình chữ nhật .
- Chu vi của hình chữ nhật.
- Diện tích của hình chữ nhật.

Hoạt động 3

Năm nay tuổi cha gấp 4 lần tuổi con. Gọi tuổi con là x . Hãy biểu thị theo biến x :

- Tuổi cha hiện nay.
- Tuổi cha 20 năm nữa.
- Tuổi con 20 năm nữa.

VÍ DỤ VỀ GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

Bài toán : Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30 km/h. Lúc về người đó đi với vận tốc 40 km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút.

Hãy tìm chiều dài quãng đường AB.

Hoạt động 4

Điền vào khoảng trống để hoàn thành bài toán sau.

– Gọi chiều dài quãng đường AB là x (km).

Điều kiện $x > \square$.

+ Thời gian đi là : $\frac{x}{30}$ (giờ).

Thời gian về là (giờ).

Ta có 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ.

+ Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút ($\frac{1}{2}$ giờ), nên ta có phương trình :

$$\frac{\square}{30} - \frac{\square}{40} = \frac{1}{2}$$

Giải phương trình :

$$\frac{x}{30} - \frac{x}{40} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{4x}{120} - \frac{3x}{120} = \frac{60}{120} \Leftrightarrow 4x - 3x = 60 \Leftrightarrow x = 60$$

- Ta thấy $x = \square$ thoả mãn điều kiện $x > 0$.

Vậy độ dài quãng đường là 60 km.

Tóm tắt các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình :

Bước 1. Lập phương trình :

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số ;
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết ;
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải phương trình.

Bước 3. Trả lời : Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.



THỬ TÀI BẠN

Giải bài toán trên bằng cách chọn x là thời gian đi.



TÓM TẮT BÀI TOÁN, CHỌN ẨN VÀ LẬP BẢNG

Đối với một số bài toán phức tạp, để lập được phương trình ta nên thực hiện các công việc sau :

- Tóm tắt dữ kiện của bài toán.
- Chọn ẩn số và tìm sự liên quan giữa các đại lượng trong bài toán.
- Lập bảng biểu diễn các đại lượng trong bài toán theo ẩn số đã chọn.

Ví dụ :

Bài toán cổ

Một đàn em nhỏ đứng bên sông.
To nhỏ bàn nhau chuyện chia hồng.
Mỗi người năm trái thừa năm trái.
Mỗi người sáu trái một người không.
Hỏi người bạn trẻ đang dừng bước.
Có mấy em thơ mấy trái hồng ?



Từ bài thơ toán cổ trên ta rút ra những câu liên quan đến toán học là :

Mỗi người năm trái thừa năm trái.
Mỗi người sáu trái một người không.
Có mấy em thơ mấy trái hồng ?

Từ đó có thể **tóm tắt bài toán** bằng bảng sau :

	Số trái/người	Kết quả
Cách chia 1	5	Dư 5 trái
Cách chia 2	6	Một người không được chia

Hãy điền vào ô trống để hoàn thành các bài giải sau :

Cách thứ nhất :

Gọi x là số em bé. Điều kiện x nguyên dương.

Theo cách chia thứ nhất, số trái hồng là $5x + \square$.

Theo cách chia thứ hai, số trái hồng là $6(x - \square)$.

Vì số trái hồng không đổi nên ta có phương trình :

$$5x + \square = 6(x - \square) \quad (1)$$

Giải phương trình (1) ta được $x = 11$ nguyên dương, thoả mãn điều kiện đặt ra

Kết luận : Số em bé : 11 em. Số trái hồng $6(11 - 1) = 60$ trái.

Cách thứ hai :

Gọi x là số trái hồng. Điều kiện x nguyên dương.

Theo cách chia thứ nhất, số em bé được chia hồng là : $\frac{\square}{5}$.

Theo cách chia thứ hai, số em bé được chia hồng là : $\frac{\square}{6}$.

Theo đề bài số em được chia theo cách thứ nhất nhiều hơn số em được chia theo cách thứ hai là 1 nên có phương trình

$$\frac{\square}{5} = \frac{\square}{6} + 1 \quad (2)$$

Giải phương trình (2) ta được $x = 60$, thoả mãn điều kiện.

Số em bé là : $\frac{60}{6} + 1 = 11$ (em bé).

Kết luận : 60 trái hồng, 11 em bé.

Chọn ẩn và lập bảng :

Ở bảng tóm tắt bài toán chia hồng, nếu chọn x là số trái hồng và bổ sung thêm một cột biểu diễn các đại lượng trong bài toán, ta có thể lập bảng như sau :

	Số trái/người	Kết quả	Số em bé được chia
Cách chia 1	5	Dư 5 trái	$\frac{x-5}{5}$
Cách chia 2	6	Một người không được chia	$\frac{x}{6}$

Theo đề bài số em được chia theo cách thứ nhất nhiều hơn số em được chia theo cách thứ hai là 1 nên phương trình cần tìm là :

$$\frac{x-5}{5} = \frac{x}{6} + 1.$$



THỬ TÀI BẠN

BÀI TẬP

Em hãy lập bảng và lập phương trình bài toán cổ sau :

Vừa gà vừa chó
 Bó lại cho tròn
 Ba mươi sáu con
 Một trăm chân chẵn.
 Hỏi số gà, số chó ?

GHI NHỚ

Tóm tắt các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Bước 1. Lập phương trình :

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số ;
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết ;
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải phương trình.

Bước 3. Trả lời : Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

BÀI TẬP

1. Nếu cạnh của hình vuông tăng thêm 7 cm thì diện tích hình vuông tăng 1771 cm². Hỏi cạnh của hình vuông ban đầu là bao nhiêu ?
2. Một người mua 16 con vừa gà vừa thỏ. Cả gà và thỏ có 44 chân. Hỏi người ấy mua bao nhiêu con gà, bao nhiêu con thỏ ?
3. Một ghe máy chạy trên dòng sông với vận tốc 12 km/h khi dòng nước đứng yên. Ghe khởi hành lúc 8 giờ ngược dòng chảy, vận tốc nước chảy là 3 km/h. Hỏi ghe này phải đi ngược dòng bao nhiêu ki-lô-mét để quay về điểm khởi hành lúc 10 giờ ?
4. Chu vi của hình chữ nhật là 278 m, chiều dài lớn hơn hai lần chiều rộng 1 m. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.
5. Điểm kiểm tra môn Tiếng Anh của một tổ học tập được cho trong bảng sau :

Điểm số (x)	3	5	7	8	9	
Tần số (n)	1	*	5	3	*	N = 12

Biết điểm trung bình của cả tổ là 6,75. Hãy điền các giá trị thích hợp vào hai ô còn trống (được đánh dấu *).

6. Bà Năm mua hai món hàng và phải trả tổng cộng 480 nghìn đồng, trong đó đã tính cả 40 nghìn đồng là thuế giá trị gia tăng (VAT). Biết rằng thuế VAT đối với loại hàng thứ nhất là 10% ; thuế VAT đối với loại hàng thứ hai là 8%. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì bà Năm phải trả mỗi loại hàng bao nhiêu tiền ?
7. Ông Ba đầu tư một nửa số tiền của mình vào một công ty trồng rau sạch và được

trả 10% lãi mỗi năm, đầu tư $\frac{1}{4}$ số tiền của mình vào một quán ăn với lãi suất 12%

mỗi năm. Lợi tức ông Ba nhận được từ hai công ty này là 64 triệu đồng mỗi năm. Hỏi số tiền ông Ba có lúc đầu là bao nhiêu ?

8. Một số tự nhiên có hai chữ số. Chữ số hàng đơn vị gấp hai lần chữ số hàng chục. Nếu thêm chữ số 1 xen vào giữa hai chữ số ấy thì được một số mới lớn hơn số ban đầu là 370. Tìm số ban đầu.
9. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng nếu viết thêm một chữ số 2 vào bên trái và một chữ số 2 vào bên phải số đó thì ta được một số lớn gấp 153 lần số ban đầu.
10. Cần bao nhiêu gram dung dịch a xit 5% trộn với 200 gram dung dịch a xit 10% cùng loại để được dung dịch a xit 8% .
11. Điểm kiểm tra Toán của một lớp được cho trong bảng dưới đây :

Điểm (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	1	9	4	*	2	9	3	2	5	3	N =

Hãy điền số thích hợp vào ô trống có dấu *, biết rằng điểm trung bình của lớp là 5,25.

12. Một người lái ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 48km/h. Nhưng sau khi đi được một giờ với vận tốc ấy, ô tô bị tàu hoả chắn đường trong 10 phút. Do đó, để kịp đến B đúng thời gian đã định, người đó phải tăng vận tốc thêm 6km/h. Tính quãng đường AB.
13. Bà Ba gửi tiết kiệm x nghìn đồng với lãi suất mỗi tháng là 0,4% và lãi tháng này được tính gộp vào vốn cho tháng sau.
 - a) Hãy viết biểu thức biểu thị :
 - + Số tiền lãi sau tháng thứ nhất ;

+ Số tiền (cả gốc lẫn lãi) có được sau tháng thứ nhất ;

+ Tổng số tiền lãi có được sau tháng thứ hai.

b) Nếu số tiền lãi phát sinh trong tháng thứ hai là 401 600 đồng, thì lúc đầu bà Ba đã gửi bao nhiêu tiền tiết kiệm ?

14. Sau một thời gian phát hành, nhà sản xuất đã ra quyết định giảm giá một dòng máy tính bảng để khuyến mãi. Đợt một giảm 5%, đợt hai giảm 4% so với giá sau khi đã giảm ở đợt một. Sau hai đợt giảm giá, chiếc máy tính bảng hiện được bán với giá 4 560 000 đồng. Hỏi giá một chiếc máy tính bảng ban đầu là bao nhiêu ?

ÔN TẬP CHƯƠNG 3

A - Câu hỏi

1. Thế nào là hai phương trình tương đương ?
2. Nhân hai vế của một phương trình với cùng một biểu thức chứa ẩn thì có thể không được phương trình tương đương. Em hãy cho một ví dụ.
3. Với điều kiện nào của a thì phương trình $ax + b = 0$ là một phương trình bậc nhất ? (a và b là hai hằng số).
4. Khi giải phương trình chứa ẩn ở mẫu, ta phải chú ý điều gì ?
5. Hãy nêu các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình.

B - Bài tập

1. Giải các phương trình :
 - a) $3(2x - 5) + 5(x - 1) = 4(x - 1)$;
 - b) $\frac{x+5}{5} - \frac{3+x}{4} = \frac{x+7}{4}$;
 - c) $\frac{x+5}{6} + \frac{x+6}{5} = x+9$;
 - d) $\frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = 2x + \frac{5}{3}$.
2. Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích :
 - a) $2x^2 - 7x + 6 = 0$;
 - b) $3x(2x - 3) = 7(2x - 3)$;
 - c) $x^3 + x^2 = -x^2 - x$.

3. Giải các phương trình :

a) $\frac{x-1}{x-2} = 3$;

b) $\frac{x-6}{x-4} = \frac{x}{x+1}$;

c) $\frac{2x}{x-1} + \frac{x}{x-2} = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)}$;

d) $\frac{x+1}{x-3} - \frac{1}{x-1} = \frac{2}{(x-1)(x-3)}$.

4. Giải phương trình :

$$\frac{x+1}{7} + \frac{x+2}{6} = \frac{x+3}{5} + \frac{x+4}{4}.$$

5. Để chế biến cà phê cho hợp với khẩu vị của khách, anh Nam trộn $\frac{3}{4}$ kg cà phê Đắk Lắk với $\frac{3}{4}$ kg cà phê Lâm Đồng. Nếu giá cà phê Đắk Lắk là 42 000 đ/kg và giá cà phê Lâm Đồng là 40 000 đ/kg, thì giá cà phê hỗn hợp của mỗi ki-lô-gam là bao nhiêu ?
6. Biết rằng 100 g một dung dịch chứa 25 gam muối. Hỏi phải pha thêm bao nhiêu gam nước vào dung dịch đó để được một dung dịch chứa 20% muối ?

CHƯƠNG

4

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

- Liên hệ giữa phép cộng và phép nhân với bất phương trình
- Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Các toà nhà cao tầng tại Việt Nam có chiều cao (x) trên 250m.



Toà nhà Keangnam
Landmark Tower
tại Hà Nội.



Toà nhà Lotte Center
tại Hà Nội.

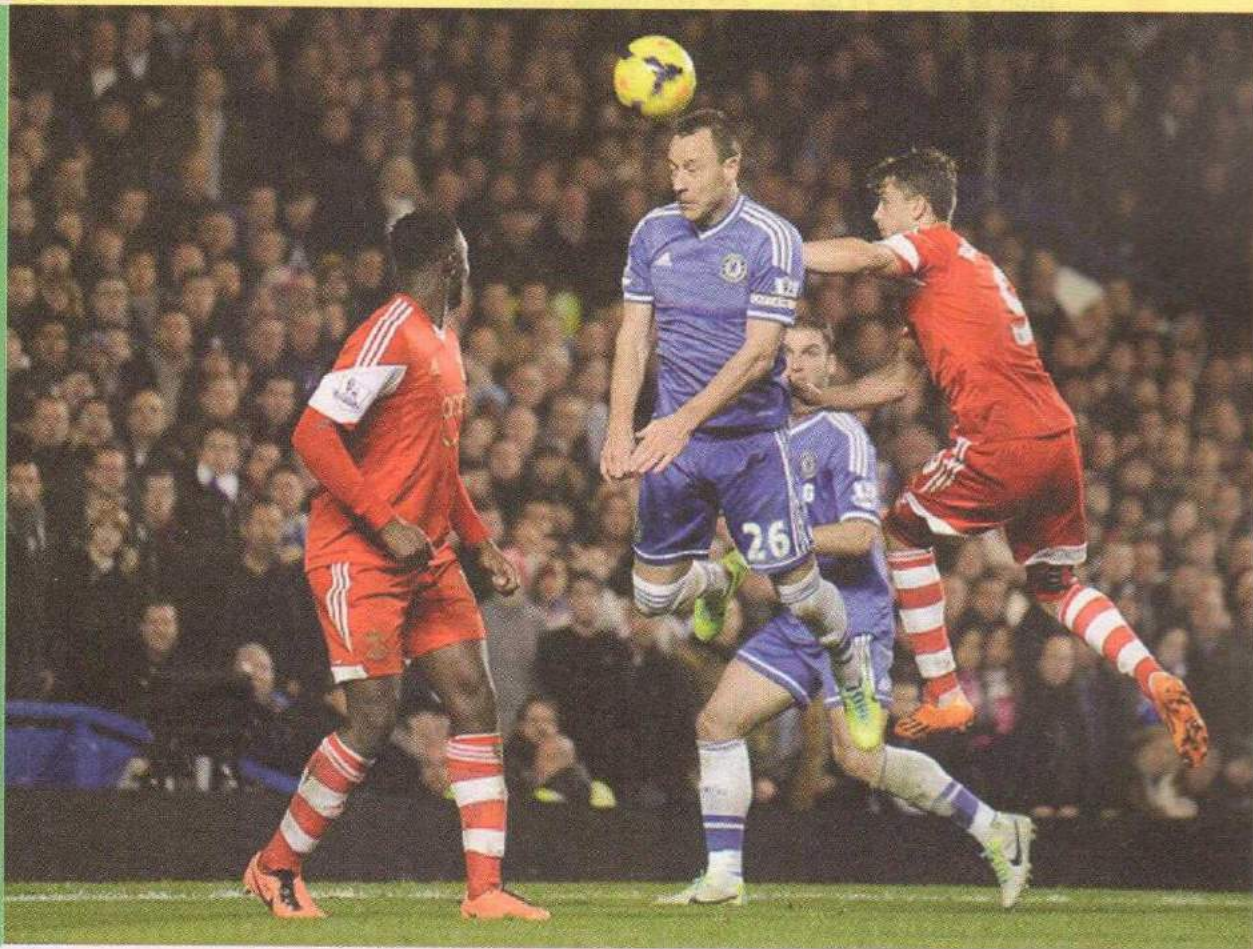


Toà nhà Bitexco
Financial Tower
tại TP.HCM.

$$x > 250 \text{ (m)}$$

LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CỘNG VÀ PHÉP NHÂN VỚI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

- Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng
- Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân



Ai nhảy cao hơn ?

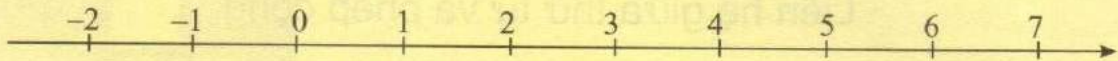
LIÊN HỆ GIỮA THỨ TỰ VÀ PHÉP CỘNG

◆ Nhắc lại về thứ tự trên tập hợp số thực

Khi so sánh hai số thực a và b sẽ xảy ra một trong ba trường hợp sau :

- a nhỏ hơn b , kí hiệu là $a < b$;
- a lớn hơn b , kí hiệu là $a > b$;
- a bằng b , kí hiệu là $a = b$.

Trên trục số, điểm biểu diễn của số nhỏ ở bên trái điểm biểu diễn của số lớn hơn.



– Số a không nhỏ hơn số b tức là $a > b$ hoặc $a = b$. Lúc đó ta nói a lớn hơn hoặc bằng b và kí hiệu là $a \geq b$. Ví dụ : $x^2 \geq 0$ với mọi số thực x .

a là số không âm khi $a \geq 0$.

– Số a không lớn hơn số b tức là $a < b$ hoặc $a = b$. Lúc đó ta nói a nhỏ hơn hoặc bằng b và kí hiệu là $a \leq b$. Ví dụ : $0 \leq x^2$ với mọi số thực x .

a là số không dương khi $a \leq 0$.

◆ Bất đẳng thức

Hoạt động 1

Hãy điền vào ô trống các dấu $<$, $>$, \leq , \geq cho thích hợp :

a) $3 \square 7$

b) $-4 \square -5$

c) $4 + 3 \square 8 - 1$

Ta gọi các hệ thức có dạng $a > b$; $a < b$; $a \geq b$ hoặc $a \leq b$ là các bất đẳng thức với a là vế trái và b là vế phải.

Ví dụ :

Với hai biển báo giao thông ở hình bên thì các phương tiện vận tải được di chuyển trên tuyến đường này với vận tốc không nhỏ hơn 60 km/giờ và không lớn hơn 100 km/giờ.



THỬ TÀI BẠN

Hãy viết bốn bất đẳng thức bằng cách dùng các kí hiệu $>$, $<$, \leq , \geq .



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Với hai số 2 và 3 :

An nói $3 > 2$. Thu nói $3 \geq 2$. Bạn nào đúng ?

♦ Bất đẳng thức và phép cộng

2

Hãy điền vào ô trống các dấu $<$, $>$, \leq , \geq cho thích hợp :

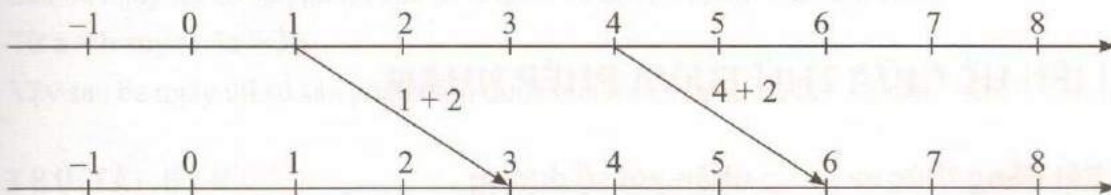
a) $1 < 4$

$1 + 2 \square 4 + 2$

b) $4 > 3$

$4 + (-2) \square 3 + (-2)$

Ta có biểu diễn sau :



Tính chất : Cho ba số a , b và c . Ta có :

Nếu $a < b$ thì $a + c < b + c$.

Nếu $a \leq b$ thì $a + c \leq b + c$.

Nếu $a > b$ thì $a + c > b + c$.

Nếu $a \geq b$ thì $a + c \geq b + c$.

♦ Bất đẳng thức cùng chiều

Hai bất đẳng thức $1 < 3$ và $3 < 6$ được gọi là *hai bất đẳng thức cùng chiều*.

Hai bất đẳng thức $-4 < -2$ và $2 < 4$ cũng được gọi là *hai bất đẳng thức cùng chiều*.

Khi cộng cùng một số vào cả hai vế của một bất đẳng thức thì được một bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

Ví dụ : Chứng tỏ $102 + (-14) < 103 + (-14)$.

Giải :

Ta có $102 < 103$

Cộng hai vế của bất đẳng thức với -14 , ta được :

$$102 + (-14) < 103 + (-14)$$

Ví dụ : Bình lớn tuổi hơn An. Hỏi ba năm nữa thì ai có số tuổi nhiều hơn ?

Giải :

Gọi a, b lần lượt là số tuổi của An và Bình thì :

$$b > a$$

Sau ba năm nữa thì số tuổi của Bình là $b + 3$ và số tuổi của An là $a + 3$.

Từ $b > a$ suy ra $b + 3 > a + 3$.

Vậy ba năm nữa thì Bình vẫn nhiều tuổi hơn An.



THỬ TÀI BẠN

Hãy so sánh $-13 + 2^{100}$ với $-11 + 2^{100}$.



LIÊN HỆ GIỮA THỬ TỰ VÀ PHÉP NHÂN

◆ Bất đẳng thức và phép nhân với số dương

Hoạt động 3

Hãy điền vào ô trống các dấu $<$, $>$, \leq , \geq cho thích hợp :

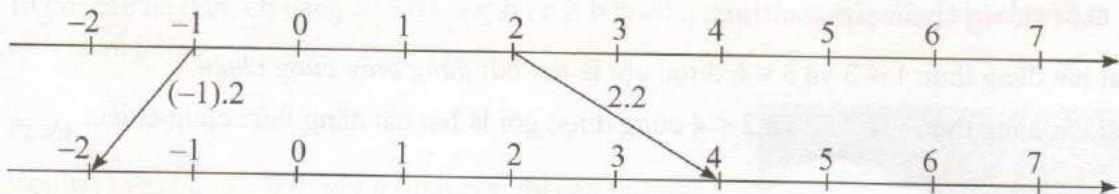
a) $-1 < 2$

$(-1) \cdot 2 \square 2 \cdot 2$

b) $3 > -1$

$3 \cdot 4 \square (-1) \cdot 4$

Ta có biểu diễn của câu a như sau :



Tính chất : Cho ba số a, b, c với $c > 0$. Ta có :

Nếu $a < b$ thì $a \cdot c < b \cdot c$.

Nếu $a \leq b$ thì $a \cdot c \leq b \cdot c$.

Nếu $a > b$ thì $a \cdot c > b \cdot c$.

Nếu $a \geq b$ thì $a \cdot c \geq b \cdot c$.

Khi nhân cùng một số dương vào hai vế của một bất đẳng thức thì được một bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

Ví dụ : Chứng tỏ $36.18 < 37.18$

Giải :

Ta có : $36 < 37$

Nhân hai vế của bất đẳng thức với 18 thì được :

$$36.18 < 37.18$$

Ví dụ : Trong một xí nghiệp, ngày đầu tuần tổ A làm được nhiều sản phẩm hơn tổ B. Biết năng suất của hai đội không thay đổi trong suốt tuần. Hỏi sau 3 ngày thì tổ nào có số sản phẩm nhiều hơn ?

Giải :

Gọi a, b lần lượt là số sản phẩm làm được của hai tổ A và B trong ngày đầu tuần thì :

$$a > b.$$

Sau ba ngày thì số sản phẩm của tổ A là $3a$ và số sản phẩm của tổ B là $3b$.

Từ $a > b$ suy ra $3a > 3b$.

Vậy sau ba ngày thì số sản phẩm làm được của tổ A vẫn nhiều hơn số sản phẩm tổ B làm được.



THỬ TÀI BẠN

Hãy so sánh $(-21).4^{50}$ với $(-19).4^{50}$.

◆ Bất đẳng thức và phép nhân với số âm

Hoạt động

4

Hãy điền vào ô trống các dấu $<, >, \leq, \geq$ cho thích hợp :

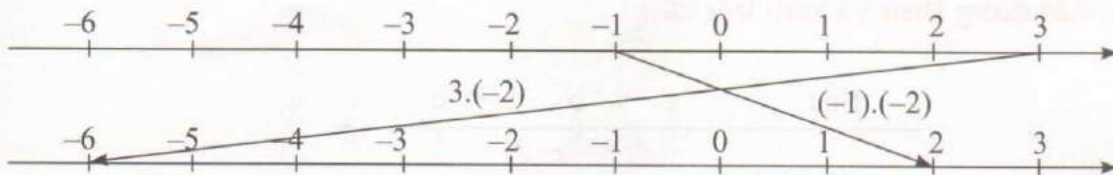
a) $3 > -1$

$3(-2) \square -1(-2)$

b) $2 < 3$

$2 \cdot (-3) \square 3 \cdot (-3)$

Ta có biểu diễn của câu a như sau :



Tính chất : Cho ba số a, b, c với $c < 0$. Ta có :

Nếu $a < b$ thì $a.c > b.c$.

Nếu $a \leq b$ thì $a.c \geq b.c$.

Nếu $a > b$ thì $a.c < b.c$.

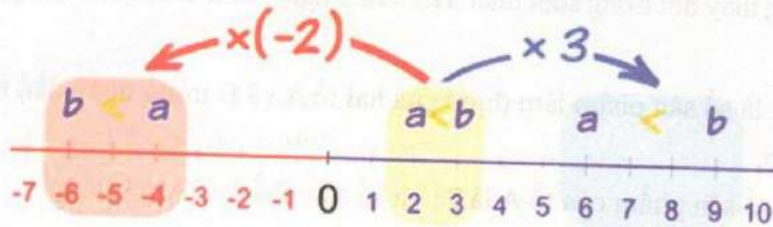
Nếu $a \geq b$ thì $a.c \leq b.c$.

◆ Bất đẳng thức ngược chiều

Hai bất đẳng thức $2 < 4$ và $5 > 3$ được gọi là hai bất đẳng thức ngược chiều.

Hai bất đẳng thức $-1 > -2$ và $3 < 7$ cũng được gọi là hai bất đẳng thức ngược chiều.

Khi nhân cùng một số âm vào hai vế của một bất đẳng thức thì được một bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho.



Ví dụ : Chứng tỏ $25 \cdot (-12) < 24 \cdot (-12)$.

Giải :

Ta có $25 > 24$.

Nhân hai vế của bất đẳng thức với -12 , ta được :

$$25 \cdot (-12) < 24 \cdot (-12)$$



THỬ TÀI BẠN

Không tính giá trị của biểu thức, hãy so sánh :

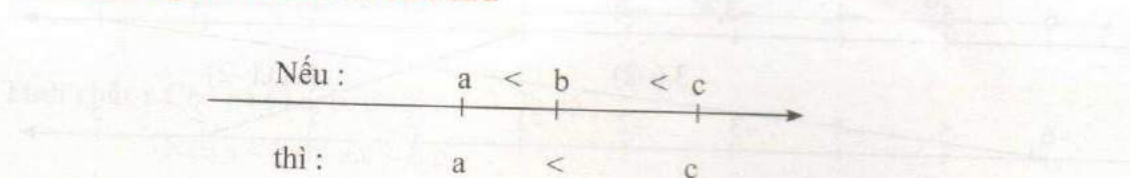
$$(-41735) \cdot (-17) \text{ với } (-41735) \cdot (-14)$$



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Cho $-2a > -2b$, bạn Hạnh trả lời $a > b$, trong khi Mai nói $a < b$. Bạn nào đúng ?

◆ Bất đẳng thức và tính bắc cầu



Tính bắc cầu :

Hoạt động

5

Hãy điền dấu $<$, $>$ vào ô trống cho thích hợp :

$$3 < 5 \text{ và } 5 < 8 \text{ thì } 3 \square 8$$

Cho ba số a, b, c : Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.

Tương tự:

Nếu $a > b$ và $b > c$ thì $a > c$.

Nếu $a \leq b$ và $b \leq c$ thì $a \leq c$.

Nếu $a \geq b$ và $b \geq c$ thì $a \geq c$.

Ví dụ:

Cho $a > b$. Chứng minh rằng $a + 1 > b - 3$.

Giải:

Từ $a > b$ ta có:

$$a + 1 > b + 1 \quad (\text{cộng hai vế với } 1) \quad (1)$$

Từ $1 > -3$ ta có:

$$b + 1 > b - 3 \quad (\text{cộng hai vế với } b) \quad (2)$$

Từ (1) và (2), theo tính chất bắc cầu, ta được:

$$a + 1 > b - 3$$



BÀI TẬP

Liên hệ giữa thứ tự với phép cộng

1. Khẳng định $1 + 2 \leq 3$ là đúng hay sai ?
2. Cho số thực a . Khẳng định $a^2 + 4 \geq 4$ là đúng hay sai ?
3. Khẳng định $3 + (-7) < 5 + (-7)$ là đúng hay sai ?
4. Cho số thực a . Khẳng định $a^2 + 1 \leq 1$ là đúng hay sai ?
5. Cho $x < y$. Hãy so sánh $x + 2$ với $y + 2$.
6. Cho $x > y$. Hãy so sánh $x - 12$ với $y - 12$.
7. Hoà có số bút nhiều hơn Bình. Nếu cả hai cùng được tặng ba cây bút thì ai có số bút nhiều hơn ?
8. Minh ít tuổi hơn Mẫn. Hỏi cách đây bốn năm thì tuổi của bạn nào nhiều hơn ?
9. Với biển báo giao thông ở hình a thì phương tiện giao thông phải có vận tốc v (km/giờ) thoả mãn :
a) $v > 50$ b) $v < 50$
c) $v \leq 50$ d) $v \geq 50$



a)

10. Với biển báo giao thông ở hình b thì phương tiện giao thông phải có tải trọng p (tấn) thoả mãn :

- a) $p > 10$
- b) $p < 10$
- c) $p \leq 10$
- d) $p \geq 10$



b)

Liên hệ giữa thứ tự với phép nhân

1. Theo em, các khẳng định sau là đúng hay sai ? Hãy giải thích.
a) $(-3) \cdot 7 < (-2) \cdot 7$
b) $4 \cdot (-5) < 6 \cdot (-5)$
c) $(-101) \cdot (-102) \leq (-102) \cdot (-100)$
2. Cho $a < b$. Hãy so sánh :
 $3a$ với $3b$; $4a - 2$ với $4b - 2$.
3. Cho $a > b$. Hãy so sánh :
 $-a$ với $-b$; $-3a + 1$ với $-3b + 1$.
4. Cho $6x < 7x$. Hỏi x là số dương hay âm ?
5. Cho $-3x > -2x$. Hỏi x là số dương hay âm ?
6. Cho $-2x > 4x$. Hỏi x là số dương hay âm ?
7. Cho $x < y$. Chứng tỏ :
a) $5x - 4 < 5y - 4$
b) $-2x + 3 > -2y + 1$

GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

- Bất phương trình một ẩn
- Bất phương trình bậc nhất một ẩn
- Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối



Giải quyết bài toán chênh lệch thu nhập giàu nghèo trong một xã hội phát triển luôn là một thách thức đối với các quốc gia.

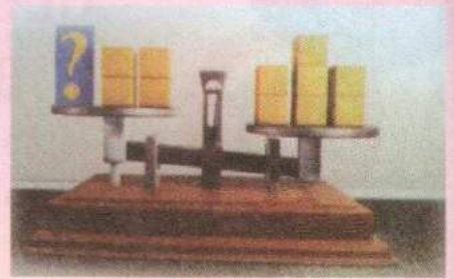


BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

Hoạt động

1

Đĩa cân bên phải có khối lượng là 7 kg, đĩa cân bên trái có khối lượng là 4 kg. Có 4 quả cân với khối lượng lần lượt là 1 kg, 2 kg, 3 kg và 4 kg. Em hãy chọn một quả cân có khối lượng thích hợp đặt vào đĩa cân bên trái sao cho khối lượng đĩa cân bên phải vẫn lớn hơn khối lượng của đĩa cân bên trái.



Gọi x là trọng lượng quả cân cần chọn, ta phải có :

$$x + 4 < 7.$$

Hệ thức vừa nêu được gọi là một *bất phương trình với ẩn số x* .

Ta gọi $x + 4$ là *vế trái* và 7 là *vế phải* của bất phương trình.

Khi thay $x = 1$ vào bất phương trình thì có $1 + 4 < 7$ là một khẳng định đúng. Ta nói 1 (hay giá trị $x = 1$) là một *nghiệm* của bất phương trình.

Khi thay $x = 4$ vào bất phương trình thì có $4 + 4 < 7$ là một khẳng định sai. Ta nói 4 (hay giá trị $x = 4$) không là nghiệm của bất phương trình.

Ví dụ : Cho bất phương trình với ẩn số x như sau :

$$2x - 1 > 3.$$

Ta có : $2x - 1$ là *vế trái* của bất phương trình ;

3 là *vế phải* của bất phương trình.

Vì $2.4 - 1 > 3$ là đúng nên $x = 4$ là một nghiệm của bất phương trình.

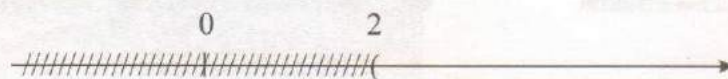
$2.1 - 1 > 3$ là sai nên $x = 1$ không là nghiệm của bất phương trình.

♦ Tập nghiệm của bất phương trình

Tập hợp tất cả các nghiệm của một bất phương trình được gọi là *tập nghiệm* của bất phương trình đó. *Giải một bất phương trình* là tìm tập nghiệm của nó.

Ví dụ : Bất phương trình $x > 2$ có tập nghiệm là $\{x \mid x > 2\}$.

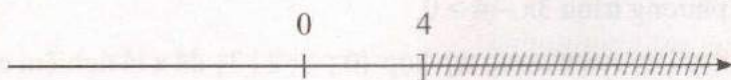
Người ta thường biểu diễn tập nghiệm trên trục số như hình vẽ sau đây :



Trong hình vẽ trên, ta gạch bỏ các điểm bên trái của điểm 2 kể cả điểm 2 bằng dấu ngoặc “(“.

Ví dụ : Bất phương trình $x \leq 4$ có tập nghiệm là $\{x \mid x \leq 4\}$.

Tập nghiệm này được biểu diễn trên trục số như sau :



Trong hình vẽ trên, ta gạch bỏ các điểm bên phải điểm 4 và giữ lại điểm 4 bằng dấu ngoặc vuông “[”].



THỬ TÀI BẠN

Hãy viết và biểu diễn lên trục số tập nghiệm của các bất phương trình sau :

a) $x < -3$

b) $x \geq -1$

◆ Bất phương trình tương đương

Hai bất phương trình có cùng tập nghiệm là *hai bất phương trình tương đương*.

Ta dùng kí hiệu “ \Leftrightarrow ” để chỉ sự tương đương đó.

Ví dụ : $x > 4 \Leftrightarrow 4 < x$ vì chúng có cùng tập nghiệm $\{x \mid x > 4\}$.

BẠN CÓ BIẾT ?

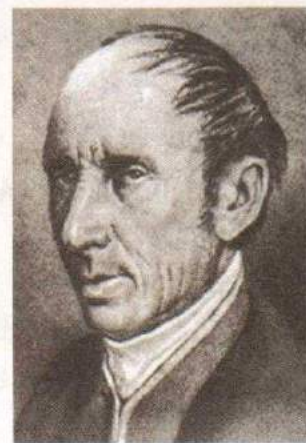
BẤT ĐẲNG THỨC CÔ-SI (CAUCHY)

Cô-si là nhà toán học lừng danh người Pháp. Ông sinh năm 1789 và mất năm 1857. Tốt nghiệp kĩ sư cầu đường nhưng ông đã dành toàn bộ cuộc đời cho nghiên cứu Toán học.

Ngày nay, trong trường phổ thông, học sinh thường gặp bất đẳng thức Cô-si dưới dạng áp dụng cho hai số như sau :

Với hai số a, b không âm thì : $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

Các em hãy thử tìm cách chứng minh bất đẳng thức này nhé!



Augustin-Louis Cauchy



BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Hoạt động 2

Cho bất phương trình $3x - 4 > 0$.

Hãy chọn giá trị của x trong tập hợp $\{0; 1; 2; 3\}$ để x là nghiệm của bất phương trình trên.

Bất phương trình dạng $ax + b > 0$ (hoặc $ax + b < 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b \geq 0$), trong đó a và b là hai số cho trước, $a \neq 0$, được gọi là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Vi dụ :

$2x + 3 > 0$, $-4x + 1 < 0$, $5x - 2 \geq 0$ và $-3x - 1 \leq 0$ là các bất phương trình bậc nhất một ẩn.



THỬ TÀI BẠN

Các bất phương trình sau có là bất phương trình bậc nhất một ẩn không ?

a) $0x + 4 > 0$

b) $x^2 + 1 > 0$

c) $3x - 2 \leq 0$

◆ Hai quy tắc biến đổi bất phương trình

Hoạt động 3

Từ bất phương trình $2x + 3 > 1$ ta cộng vào hai vế với -3 thì được :

$$2x > 1 + \square$$

Hãy điền giá trị thích hợp vào ô trống.

Quy tắc chuyển vế :

Từ liên hệ giữa thứ tự và phép cộng, ta có *quy tắc chuyển vế* để biến đổi tương đương bất phương trình như sau :

Khi chuyển một hạng tử của bất phương trình từ vế này sang vế kia ta phải đổi dấu hạng tử đó.

Vi dụ :

Giải bất phương trình $x + 3 < 10$.

Giải :

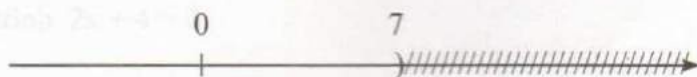
Ta có : $x + 3 < 10$

$$\Leftrightarrow x < 10 - 3 \text{ (chuyển vế } +3 \text{ và đổi dấu thành } -3)$$

$$\Leftrightarrow x < 7.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\{x \mid x < 7\}$.

Biểu diễn tập nghiệm :



Ví dụ :

Giải và biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $4x \geq 3x - 2$.

Giải :

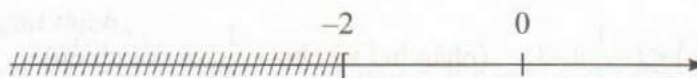
$$\text{Ta có : } 4x \geq 3x - 2$$

$$\Leftrightarrow 4x - 3x \geq -2 \text{ (chuyển về } 3x \text{ và đổi dấu)}$$

$$\Leftrightarrow x \geq -2$$

Vậy tập nghiệm là $\{x \mid x \geq -2\}$.

Biểu diễn tập nghiệm :



THỬ TÀI BẠN

Giải và biểu diễn tập nghiệm các bất phương trình sau :

$$x - 4 > 1 ; -x \leq -2x + 3.$$

◆ Quy tắc nhân với một số

Thử động

4

Cho bất phương trình $0,5x > 1$. (*)

Nhân hai vế của bất phương trình (*) với 2, ta có : $x \square 2$

Nhân hai vế của bất phương trình (*) với -2, ta có : $-x \square -2$

Hãy điền dấu "<, >" thích hợp vào các ô trống trên.

Từ liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số dương hoặc với số âm, ta có quy tắc nhân với một số (gọi tắt là *quy tắc nhân*) để biến đổi tương đương bất phương trình :

Khi nhân hai vế của bất phương trình với cùng một số khác 0, ta phải :

- Giữ nguyên chiều của bất phương trình nếu số đó dương.

- Đổi chiều bất phương trình nếu số đó âm.

Ví dụ :

Giải bất phương trình $\frac{1}{3}x > 2$.

Giải :

$$\text{Ta có : } \frac{1}{3}x > 2$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot \frac{1}{3}x > 3 \cdot 2 \quad (\text{nhân hai vế với } 3)$$

$$\Leftrightarrow x > 6$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\{x \mid x > 6\}$.

Ví dụ :

Giải bất phương trình $-5x > -3$.

Giải :

$$\text{Ta có : } -5x > -3$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{5}\right)(-5x) < \left(-\frac{1}{5}\right)(-3) \quad (\text{nhân hai vế cho } -\frac{1}{5} \text{ và đổi chiều})$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{3}{5}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\{x \mid x < \frac{3}{5}\}$ hoặc viết gọn $x < \frac{3}{5}$ là nghiệm của bất phương trình.

Ví dụ :

Một thang máy dùng trong xây dựng có tải trọng là 1000 kg. Các công nhân muốn chuyển một số thùng vật liệu với khối lượng mỗi thùng là 90 kg. Hỏi thang máy có thể chở được nhiều nhất bao nhiêu thùng hàng như thế ?

Giải :

Gọi x là số thùng hàng có thể mang lên bằng thang máy, ta có :

$$90 \cdot x \leq 1000 \Leftrightarrow x \leq \frac{1000}{90} = 11,11\dots$$

Vậy số thùng hàng nhiều nhất thang máy có thể chuyển lên là 11 thùng.



THỬ TÀI BẠN

Giải các bất phương trình sau và biểu diễn nghiệm trên trục số :

a) $2x < -4$

b) $-\frac{1}{3}x > 2$

♦ Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Ví dụ :

Giải bất phương trình $2x + 4 > 0$.

Giải :

Ta có : $2x + 4 > 0$

$$\Leftrightarrow 2x > -4 \quad (\text{chuyển về } +4 \text{ và đổi dấu})$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2x > \frac{1}{2} \cdot (-4) \quad (\text{nhân hai vế với } \frac{1}{2})$$

$$\Leftrightarrow x > -2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\{x \mid x > -2\}$.

Chú ý :

Để cho gọn khi trình bày, ta có thể :

- Không ghi câu giải thích ;

- Khi có kết quả $x > -2$ (ở ví dụ trên) thì xem như giải xong và viết đơn giản là : "Nghiệm của bất phương trình $2x + 4 > 0$ là $x > -2$ ".

Ví dụ :

Giải bất phương trình $-3x + 15 \geq 0$.

Giải :

Ta có : $-3x + 15 \geq 0 \Leftrightarrow -3x \geq -15$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3} \cdot (-3x) \leq -\frac{1}{3} \cdot (-15) \Leftrightarrow x \leq 5.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq 5$.

Ví dụ :

Giải bất phương trình $2x + 4 \geq -x + 1$.

Giải :

Ta có : $2x + 4 \geq -x + 1$

$$\Leftrightarrow 2x + x \geq 1 - 4$$

$$\Leftrightarrow 3x \geq -3$$

$$\Leftrightarrow x \geq -1.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq -1$.

n của bất



Ví dụ :

Đường kính chuẩn của một piston máy ô tô được quy định là 90 mm. Khi sản xuất, nhà máy cho phép đường kính thực tế của piston có sai số tối đa là 0,008 mm. Hỏi độ dài tối đa và tối thiểu được phép của đường kính piston khi xuất xưởng ?

Giải :

Gọi d là độ dài cần tìm, ta có : $|d - 90| = 0,008$

Nếu $d \geq 90$ thì $|d - 90| = d - 90$.

Phương trình cho ta : $d - 90 = 0,008 \Leftrightarrow d = 90,008$ (mm).

Nếu $d < 90$ thì $|d - 90| = 90 - d$.

Phương trình cho ta : $90 - d = 0,008 \Leftrightarrow 90 - 0,008 = d \Leftrightarrow d = 89,992$ (mm).

Vậy độ dài đường kính tối đa cần tìm là 90,008 mm ; độ dài đường kính tối thiểu cần tìm 89,992 mm.



THỬ TÀI BẠN

Giải các phương trình sau :

a) $|3x| = x + 4$

b) $|x + 1| = 2x - 1$



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Cho hai số x và y thoả mãn $|x| = |y|$.

Bạn Thu nói $x = y$. Bạn Xuân nói $x = -y$. Theo em, bạn nào đúng ?

GHI NHỚ

LIÊN HỆ GIỮA THỨ TỰ VÀ PHÉP TÍNH

Với ba số a, b, c bất kì thì :

Nếu $a < b$ thì $a + c < b + c$	Nếu $a \leq b$ thì $a + c \leq b + c$
Nếu $a < b$ và $c > 0$ thì $ac < bc$	Nếu $a \leq b$ và $c > 0$ thì $ac \leq bc$
Nếu $a < b$ và $c < 0$ thì $ac > bc$	Nếu $a \leq b$ và $c < 0$ thì $ac \geq bc$

TẬP NGHIỆM VÀ BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Bất phương trình	Tập nghiệm	Biểu diễn tập nghiệm trên trục số
$x < a$	$\{x x < a\}$	
$x \leq a$	$\{x x \leq a\}$	
$x > a$	$\{x x > a\}$	
$x \geq a$	$\{x x \geq a\}$	

ÔN TẬP CHƯƠNG 4

1. Cho $a > b$. Chứng minh :

a) $a + 4 > b + 4$

b) $3a > 3b$

c) $-4a < -4b$

d) $2a - 3 > 2b - 3$

2. Kiểm tra xem -3 là nghiệm của bất phương trình nào sau đây :

a) $x + 2 > 1$

b) $-2x + 1 > 5$

c) $2x + 3 < -2$

d) $3x - 4 \leq -13$

3. Giải và biểu diễn tập nghiệm trên trục số các bất phương trình :

a) $x + 1 < 2$

b) $x - 2 \geq 3$

c) $3x + 2 > 8$

d) $0,3x \leq 0,9$

4. Giải các bất phương trình :

a) $4x - 1 > -5$

b) $-3x + 1 > 10$

c) $-2x + 4 < -6$

d) $(x - 1)^2 < x^2 + 3$

e) $(x + 2)^2 - 5(x + 2) \geq x^2 - 4$

f) $(x - 1)(x + 2) < (x + 4)^2 - 4$

5. Giải các bất phương trình :

a) $\frac{x-3}{2} > 1$

b) $\frac{2-x}{3} < 2$

c) $\frac{x-2}{3} > \frac{4+x}{2}$

d) $\frac{1-x}{-3} > \frac{4-x}{-4}$

e) $\frac{3x+5}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} + x$

6. Giải các phương trình :

a) $|3x| = 6$

b) $|2x| = 1 - x$

c) $|x - 1| = -2x$

d) $|x - 1| = x + 1$

7. Số đo chuẩn về huyết áp tâm thu của người thoả mãn hệ thức sau :

$$P \leq \frac{1}{2} \cdot T + 110$$
 trong đó P là số đo huyết áp tâm thu, T là số tuổi. Cho biết ba bạn Lâm có số tuổi là 36 và số đo huyết áp tâm thu đạt chuẩn. Hỏi số đo huyết áp tâm thu đa của ba bạn Lâm là bao nhiêu ?

8. Một xí nghiệp sản xuất trà xanh đóng gói. Với loại gói có khối lượng 500 g xí nghiệp cho phép có sai số tối đa là 6 g. Tìm khối lượng tối đa và khối lượng tối thiểu cho phép của gói trà khi xuất xưởng.



PHẦN

Hình học

u của một

đo huyết

ết ba của

huyết áp

m thu tối

?

anh đóng

500 g, xí

là 6 g.

lượng tối

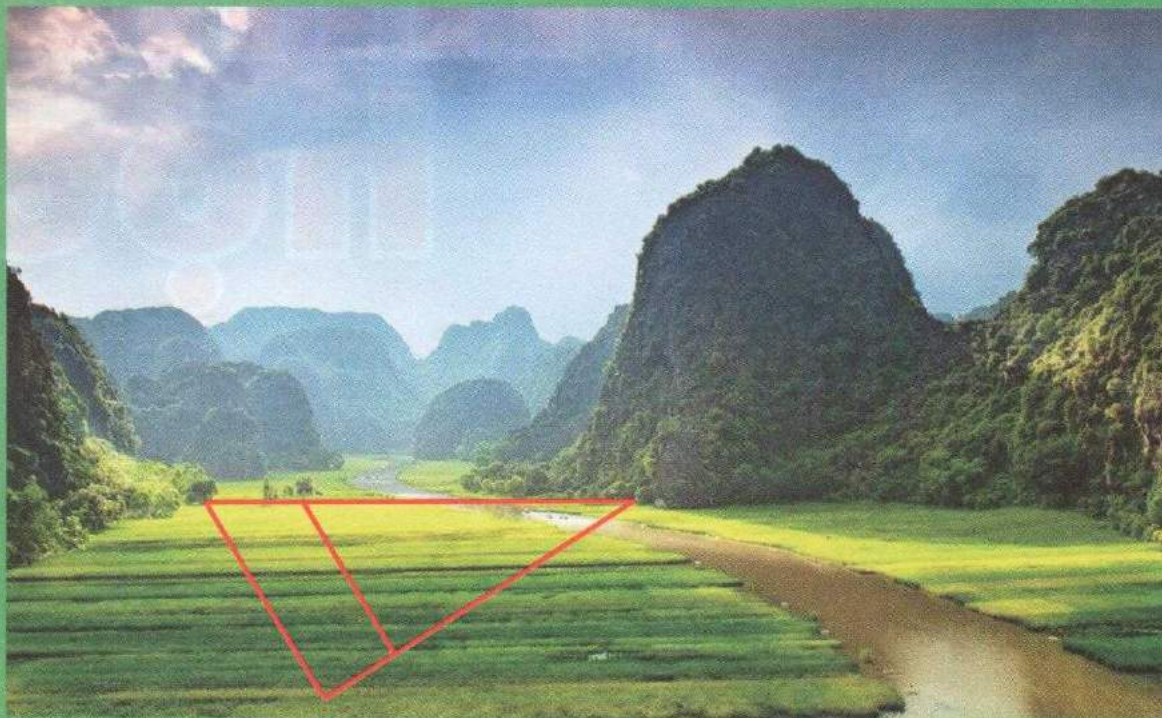
ất xương.

CHƯƠNG

3

TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

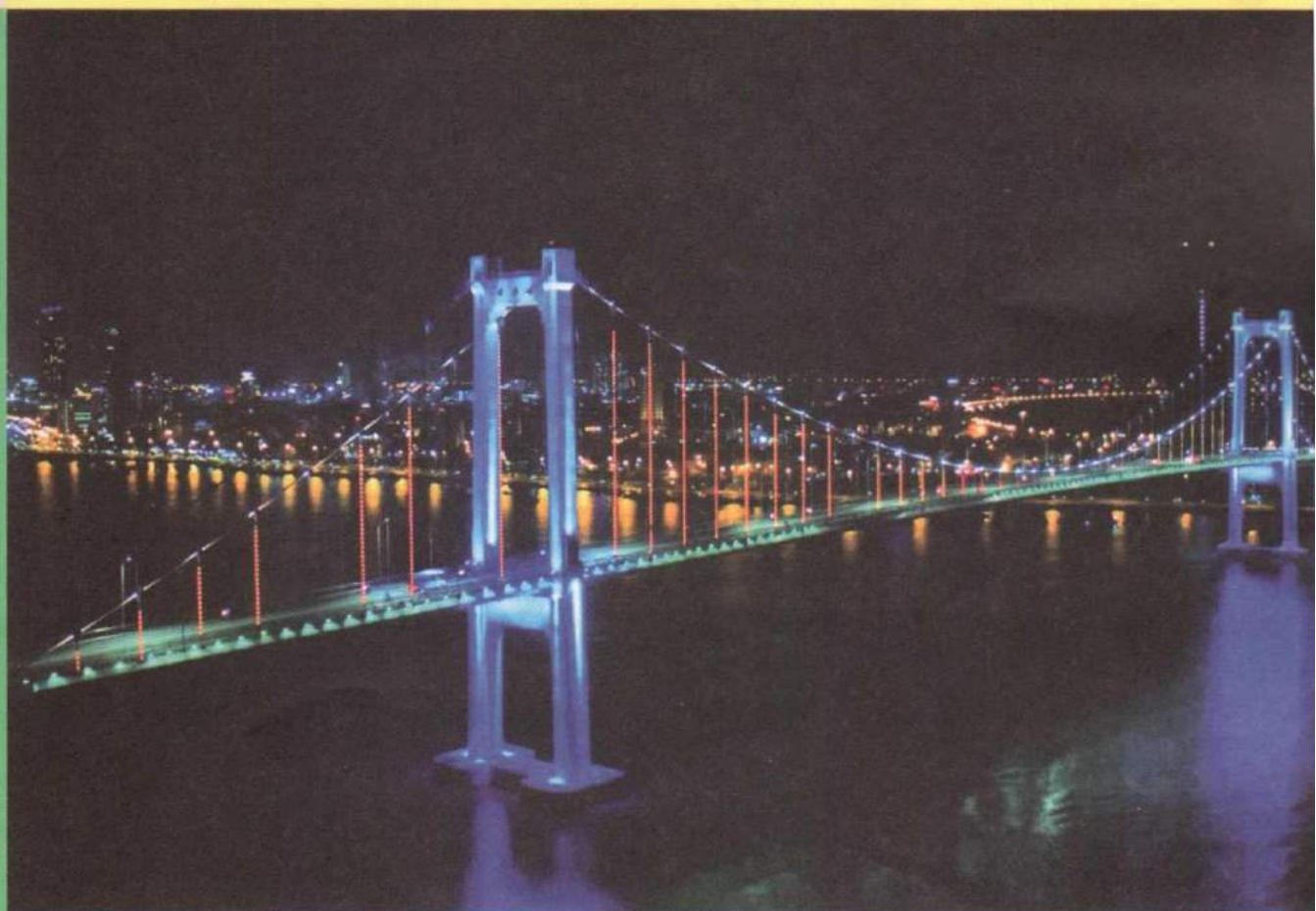
- Định lí Thales
- Tam giác đồng dạng



Đường vào Tam Cốc - Bích Động (thuộc tỉnh Ninh Bình).
Làm thế nào để đo khoảng cách giữa hai chân đồi mà không cần phải vượt qua sông ?

ĐỊNH LÍ THALES

- Định lí Thales trong tam giác
- Định lí đảo và hệ quả của định lí Thales
- Tính chất đường phân giác



Những sợi dây văng trên cầu Thuận Phước (thuộc TP. Đà Nẵng) cho ta hình ảnh những đoạn thẳng song song.



ĐỊNH LÍ THALES TRONG TAM GIÁC

◆ Tỷ số của hai đoạn thẳng

Hoạt động 1

- Cho hai số 5 và 8. Hãy tính tỉ số giữa hai số đã cho.
- Cho hai đoạn thẳng $MN = 7$ cm và $RS = 14$ cm. Hãy tính tỉ số giữa hai đoạn thẳng MN và RS .
- Hãy đo độ dài và tính tỉ số giữa hai đoạn thẳng AB và CD trong hình sau :



Tỉ số của hai đoạn thẳng là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo.

Tỉ số giữa hai đoạn thẳng AB và CD được kí hiệu là $\frac{AB}{CD}$.

Ví dụ :

$$\text{Nếu } AB = 200 \text{ cm, } CD = 300 \text{ cm thì } \frac{AB}{CD} = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Nếu } AB = 2 \text{ m, } CD = 3 \text{ m thì ta cũng có } \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$$

Chú ý : Tỉ số của hai đoạn thẳng không phụ thuộc vào đơn vị đo.



THỬ TÀI BẠN

- Hùng cao 1,6 m, Mai cao 140 cm. Hãy tính tỉ số chiều cao của hai bạn.
- Gọi EF và IK là hai kích thước của quyển sách Toán lớp 8. Hãy đo độ dài và tính tỉ số giữa EF và IK .
- Tỉ số giữa chiều rộng và chiều dài của cái bàn là $\frac{1}{2}$. Biết chiều dài là 2,4 m, tìm chiều rộng của cái bàn.

◆ Đoạn thẳng tỉ lệ

Hoạt động 2



Công Lăng Ông (Tả quân Lê Văn Duyệt) được chụp với các kích thước như sau :
 $AB = 12 \text{ cm}$; $BC = 9 \text{ cm}$; $EF = 20 \text{ cm}$, $EM = 15 \text{ cm}$.

a) Hãy tính các tỉ số $\frac{AD}{AB}$ và $\frac{EM}{EF}$.

b) So sánh các tỉ số trên.

Định Nghĩa

Hai đoạn thẳng AB và CD được gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng EF và MN nếu :

$$\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{MN} \text{ hay } \frac{AB}{EF} = \frac{CD}{MN}.$$

Ví dụ :

Trong hoạt động 2, tỉ số giữa AD và AB là $\frac{3}{4}$, tỉ số giữa EM và EF cũng là $\frac{3}{4}$. Do đó, hai đoạn thẳng AD và AB được gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng EM và EF .

Kí hiệu : $\frac{AD}{AB} = \frac{EM}{EF}$.



THỬ TÀI BẠN

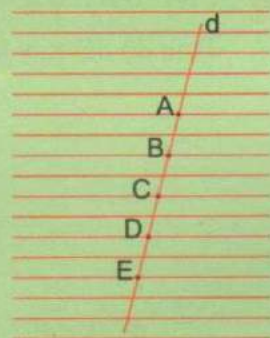
a) Hãy đo và tính tỉ số giữa chiều rộng, chiều dài của quyển tập và quyển Tài liệu dạy – học Toán 8, tập 2. Theo em, chiều rộng và chiều dài của chúng có tỉ lệ với nhau hay không ?

b) Cho $AB = 6 \text{ cm}$, $CD = 10 \text{ cm}$; $EF = 12 \text{ cm}$. Hãy tìm độ dài đoạn thẳng MN biết hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng EF và MN .

◆ Định lí Thales trong tam giác

Hoạt động 3

Dùng thước vẽ một đường thẳng bất kì cắt các đường kẻ ngang trên giấy tại các điểm A, B, C, D, E, \dots (như hình vẽ). Hãy đo và so sánh độ dài các đoạn thẳng liên tiếp nhau AB, BC, CD, DE, \dots (ta gọi là các đoạn chắn).

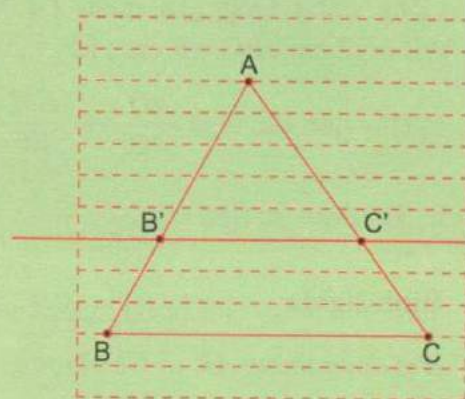


Ta thừa nhận tính chất sau :

Các đoạn thẳng được chắn bởi các đường thẳng song song cách đều thì bằng nhau.

Hoạt động 4

Vẽ tam giác ABC trên giấy kẻ ngang như hình bên. Dụng đường thẳng d song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại B' và C'. Đường thẳng d định ra trên cạnh AB các đoạn thẳng AB', B'B, AB và định ra trên cạnh AC các đoạn thẳng AC', C'C, AC.



a) Lấy một đoạn chắn trên mỗi cạnh làm đơn vị đo độ dài các đoạn

thẳng trên cạnh đó, hãy tính các tỉ số $\frac{AB'}{AB}, \frac{AC'}{AC}, \frac{B'B}{AB}, \frac{C'C}{AC}$.

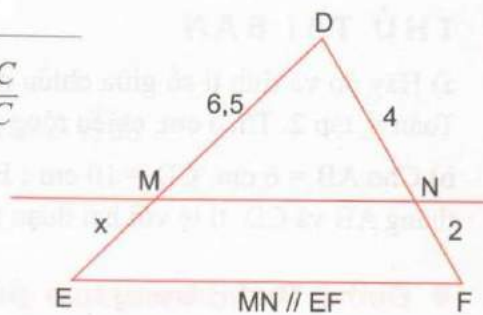
b) So sánh các tỉ số $\frac{AB'}{AB}$ và $\frac{AC'}{AC}, \frac{B'B}{AB}$ và $\frac{C'C}{AC}$.

Định lí Thales (ta thừa nhận, không chứng minh)

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì định ra trên hai cạnh đó các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

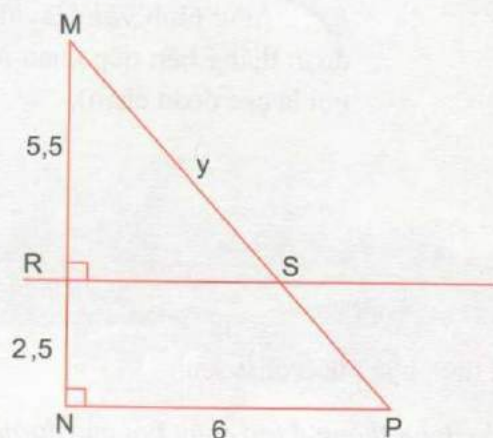
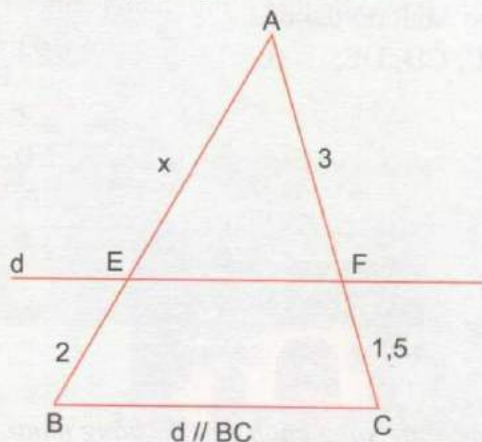
GT	$\triangle ABC, B'C' // BC (B' \in AB, C' \in AC)$
KL	$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}; \frac{B'B}{AB} = \frac{C'C}{AC}$

Ví dụ: Tính độ dài x trong hình vẽ sau.
(Học sinh tự giải)



THỬ TÀI BẠN

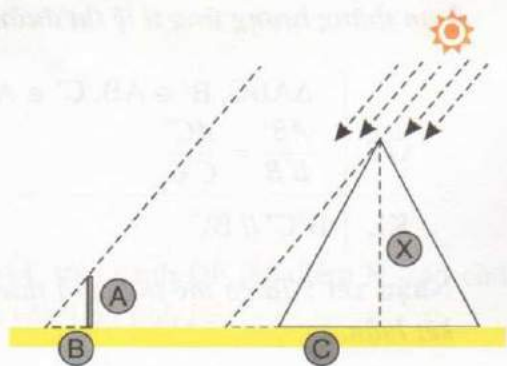
Tính độ dài x, y trong các hình sau.





KIM TỰ THÁP CAO BAO NHIÊU ?

Thales, một trong bảy nhà hiền triết của Hi Lạp, sống ở thành phố Milet khoảng từ năm 625 đến 547 trước Công nguyên. Thời trẻ, ông làm nghề buôn bán nhưng lại có những công trình vĩ đại về Toán học, Thiên văn học, Triết học, Chính trị, Khoa học tự nhiên. Vào hơn 2600 năm trước có một quốc vương Ai Cập, vì muốn biết Kim tự tháp lớn có độ cao chính xác là bao nhiêu, đã nhờ Thales đo đạc giúp. Khi đến hẹn, ông chỉ mang theo một cái cọc và một cây thước. Mọi người rất thất vọng và bàn tán xôn xao vì họ không tin rằng chỉ với dụng cụ đơn sơ như thế mà có thể đo được chiều cao của một Kim tự tháp khổng lồ. Tuy nhiên, ông vẫn thản nhiên, cắm cọc xuống đất (như hình vẽ) rồi lần lượt đo chiều cao của cái cọc, bóng của cái cọc và bóng của kim tự tháp. Như trong hình vẽ thì ông sẽ có số đo của A, B và C, từ đó ông tính được x, tức chiều cao của Kim tự tháp.



Chiều cao của Kim tự tháp được tính như sau : $\frac{A}{B} = \frac{x}{C}$.

lại thì nó

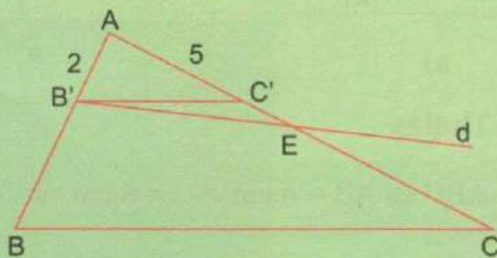


ĐỊNH LÝ ĐẢO VÀ HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÝ THALES

◆ Định lý đảo

Hoạt động 5

Cho tam giác ABC có AB = 6 cm, AC = 15 cm. Trên AB, AC lần lượt lấy B', C' sao cho AB' = 2 cm, AC' = 5 cm.



- Tính các tỉ số $\frac{AB'}{AB}$ và $\frac{AC'}{AC}$.
- Qua B' vẽ đường thẳng d song song với BC cắt AC tại E. Tính AE.
- So sánh AE và AC'.
- Có nhận xét gì về E và C' và về hai đường thẳng B'C' và B'E ?

Ta thừa nhận, không chứng minh định lí sau :

Định lí Thales đảo

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

GT	$\Delta ABC, B' \in AB, C' \in AC$ $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}$
KL	$B'C' \parallel BC$

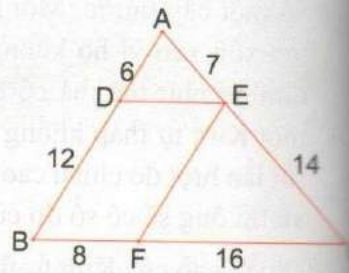
Nhận xét : Ta có thể thay giả thiết bằng những tỉ số tương tự mà vẫn không làm thay đổi kết luận.

Ví dụ : Quan sát hình dưới đây, ta có $\frac{AD}{BD} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

và $\frac{AE}{EC} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$, suy ra $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$ nên theo

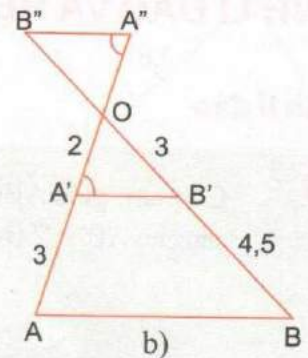
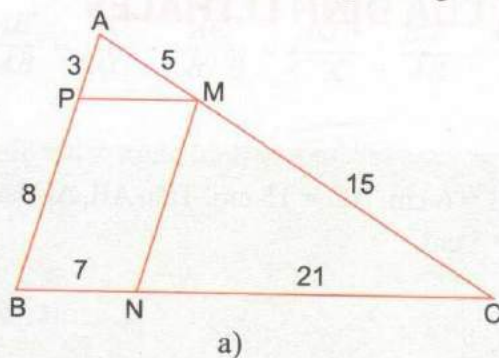
định lí Thales đảo ta có : $DE \parallel BC$.

Tương tự, ta có : $EF \parallel AB$.



THỬ TÀI BẠN

Quan sát các hình sau và chỉ ra các cặp đường thẳng song song với nhau.



◆ Hệ quả của định lí Thales

Hoạt động 6

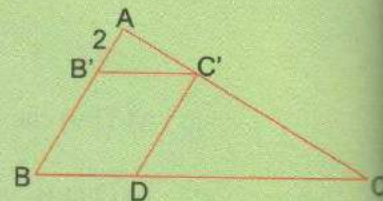
Cho tam giác ABC có $AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$ và $BC = 10 \text{ cm}$.

Lấy điểm B' trên AB sao cho $AB' = 2 \text{ cm}$, qua B' vẽ đường thẳng song song với BC và cắt AC tại C' .

a) Tính AC' .

b) Qua C' vẽ đường thẳng song song với AB và cắt BC tại D. Tính BD, $B'C'$.

c) Tính và so sánh các tỉ số : $\frac{AB'}{AB}$, $\frac{AC'}{AC}$ và $\frac{B'C'}{BC}$.



Hệ quả của định lý Thales

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh thứ ba thì nó tạo ra một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

GT	$\triangle ABC$ $B'C' \parallel BC \quad (B' \in AB; C' \in AC)$
KL	$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

Ví dụ : Cho tam giác DEF. Trên cạnh DE lấy điểm M, trên cạnh DF lấy điểm N, sao cho $MN \parallel EF$. Biết $DM = 4$, $ME = 10$, $MN = 5$ (xem hình vẽ). Hãy tính EF.

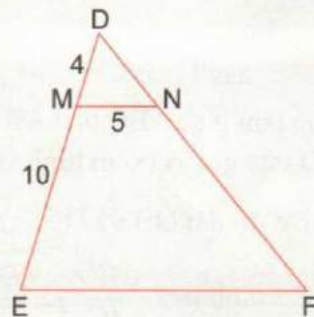
Giải :

Vì $MN \parallel EF$ (gt) nên ta có :

$$\frac{DM}{DE} = \frac{MN}{EF} \quad (\text{hệ quả định lý Thales})$$

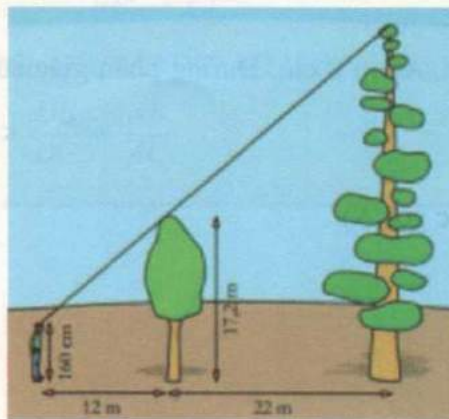
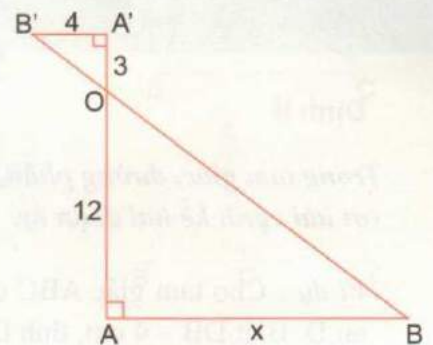
$$\frac{4}{14} = \frac{5}{EF}$$

$$\Rightarrow EF = 17,5.$$



THỬ TÀI BẠN

- Hãy chứng minh $AB \parallel A'B'$ và tính độ dài AB trong hình bên.
- Hãy tính chiều cao của cây cao nhất trong hình vẽ dưới đây.

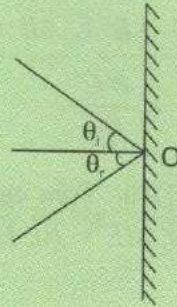




TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC

Hoạt động 7

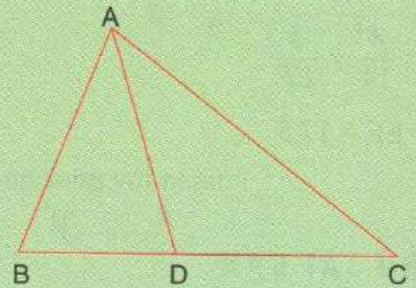
Quan sát các tia phân giác trong các hình ảnh thực tế sau, hãy chỉ ra thêm vài hình ảnh tương tự mà em biết.



Hoạt động 8

Cho tam giác ABC biết $AB = 4 \text{ cm}$, $AC = 6 \text{ cm}$, $\hat{A} = 80^\circ$. Vẽ đường phân giác AD của góc A (xem hình vẽ).

- Đo độ dài DB và DC.
- So sánh tỉ số $\frac{AB}{AC}$ và $\frac{DB}{DC}$.



Định lí

Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

Ví dụ : Cho tam giác ABC có $AB = 5 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$. Đường phân giác của góc A cắt BC tại D. Biết $DB = 4 \text{ cm}$, tính DC.

Giải :

Ta có : $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ (tính chất phân giác góc A)

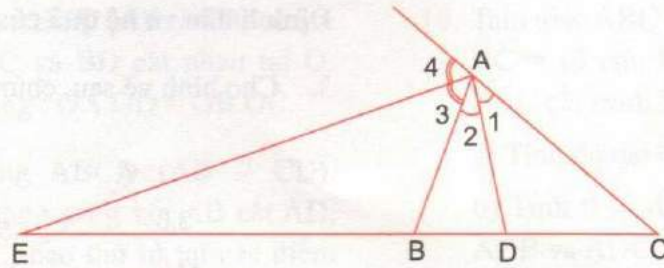
$$\frac{4}{DC} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow DC = \frac{4 \times 8}{5} = 6,4 \text{ (cm)}.$$

Chú ý :

Định lí vẫn đúng với tia phân giác của góc ngoài của tam giác.

thêm một



$$\frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC} \quad (AB \neq AC).$$



THỬ TÀI BẠN

- a) Cho tam giác ABC có AB = 6 cm, AC = 8 cm. Phân giác góc A cắt BC tại D. Biết DC = 7 cm. Tính DB.
- b) Cho tam giác ABC có AB = 5 cm, AC = 7 cm, BC = 10 cm. Phân giác góc A cắt BC tại D. Tính DB, DC. Phân giác ngoài của góc A cắt BC tại E. Tính EB, EC.

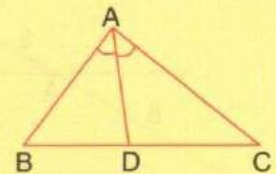
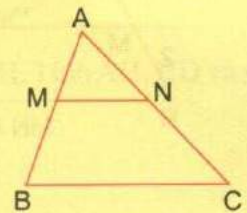
phân giác

GHI NHỚ

Định lí Thales : $\left. \begin{array}{l} \Delta ABC \\ MN \parallel BC \end{array} \right\} \Leftrightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Hệ quả : $\Delta ABC, MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Định lí đảo : $\left. \begin{array}{l} \Delta ABC, B' \in AC, C' \in AB \\ \frac{AB'}{BB'} = \frac{AC'}{CC'} \end{array} \right\} \Rightarrow B'C' \parallel BC$



Tính chất phân giác : $\Delta ABC, AD$ là tia phân giác trong

của góc A $\Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

hằng tỉ lệ

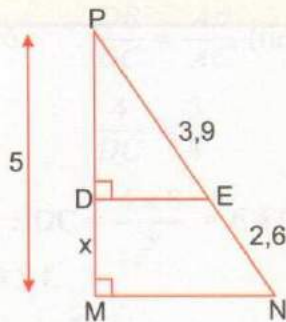
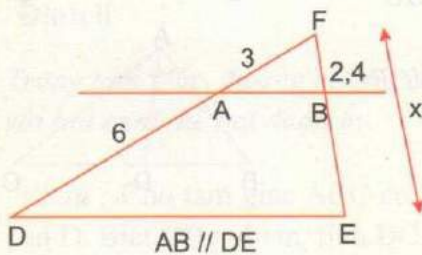
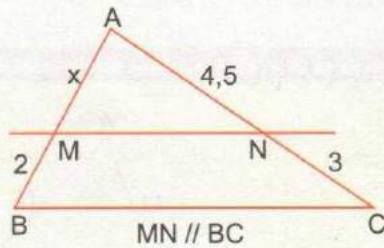
A cắt BC



BÀI TẬP

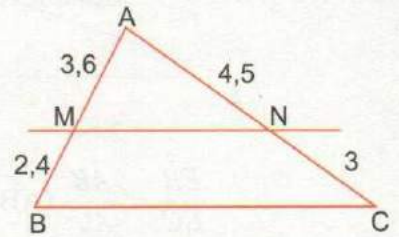
Định lí Thales

- Hãy đo chiều dài và chiều rộng cái bàn học của em và tính tỉ số giữa hai kích thước này.
 - Khoảng cách từ TP. Hồ Chí Minh đi Mỹ Tho là 70 km, khoảng cách từ TP. Hồ Chí Minh đi Cà Mau là 350 km. Tính tỉ số giữa hai khoảng cách này.
 - Cho biết $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{5}$ và $AB = 6$ cm. Hãy tính CD.
- Tìm x trong các hình dưới đây :

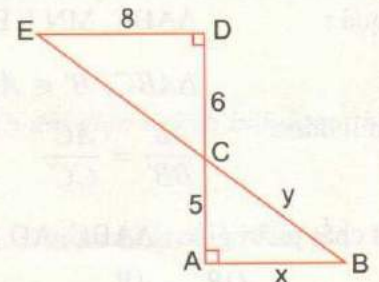
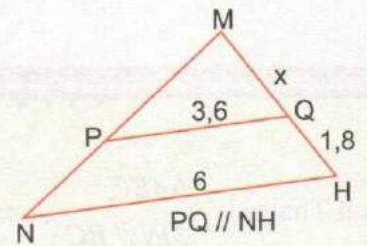
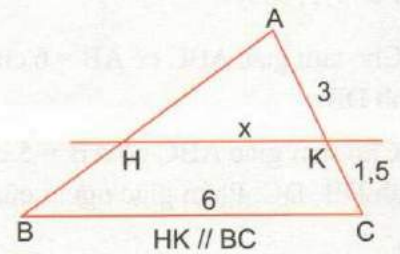


Định lí đảo và hệ quả của định lí Thales

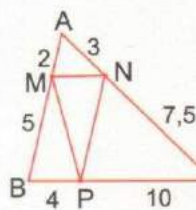
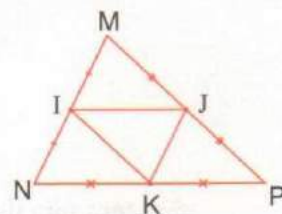
- Cho hình vẽ sau, chứng minh $MN \parallel BC$



- Tìm x, y trong các hình vẽ sau :



- Quan sát các hình vẽ dưới đây, chỉ ra cặp đường thẳng song song và chứng minh điều ấy.

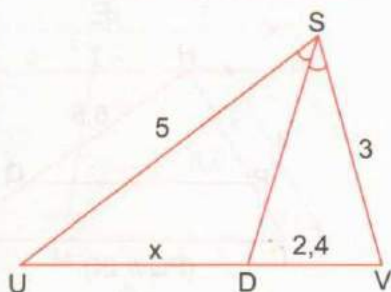


$MN \parallel BC$.

- Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Chứng minh rằng : $OA \cdot OD = OB \cdot OC$.
- Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Đường thẳng song song với AB cắt AD, BD, AC và BC theo thứ tự tại các điểm M, N, P, Q. Chứng minh rằng $MN = PQ$.

Tính chất đường phân giác

- Tìm x trong hình vẽ sau :



- Cho tam giác ABC có AD là phân giác (D thuộc BC). Biết $AB = 4$, $AC = 8$, $BC = 6$. Tính DB và DC.

- Tam giác ABC có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm, $BC = 10$ cm. Đường phân giác của góc BAC cắt cạnh BC tại D.

- Tính độ dài các đoạn thẳng DB và DC.
- Tính tỉ số diện tích giữa hai tam giác ADB và ADC.

- Tam giác ABC có $AB = 15$, $AC = 20$, $BC = 25$. Đường phân giác của góc BAC cắt BC tại D. Qua D vẽ $DE \parallel AB$ (D thuộc AC).

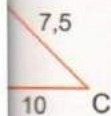
- Tính độ dài các đoạn thẳng DB, DC và DE.
- Chứng minh tam giác ABC là tam giác vuông. Tính diện tích tam giác ABC.
- Tính diện tích các tam giác ADB, ADE và DCE.

- Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. Đường phân giác của góc A cắt BC tại D.

- Tính BC, DB, DC.
- Vẽ đường cao AH. Tính AH, HD và AD.

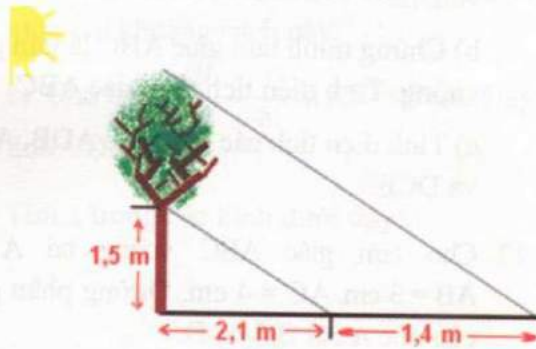


Chỉ ra các
và chứng

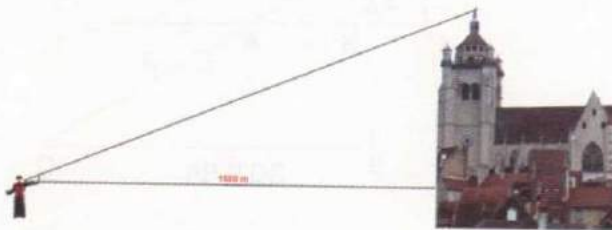


LUYỆN TẬP

13. Cho tam giác ABC và điểm D trên cạnh AB sao cho AD bằng 13,5 cm, DB bằng 4,5 cm. Tính tỉ số các khoảng cách từ các điểm D và B đến cạnh AC.
14. a) Quan sát hình vẽ bên và hãy tìm chiều cao của cây.

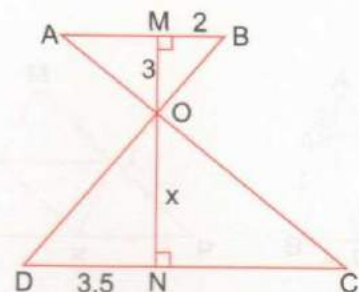
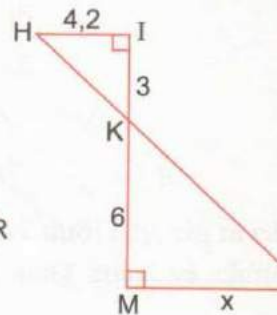
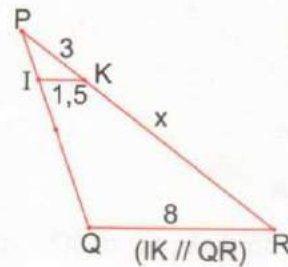
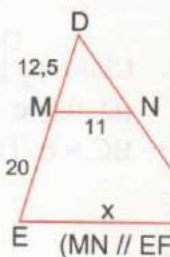
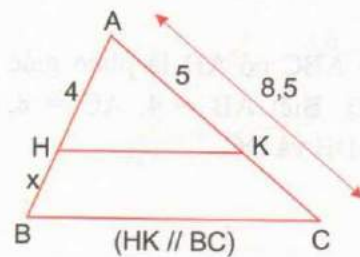
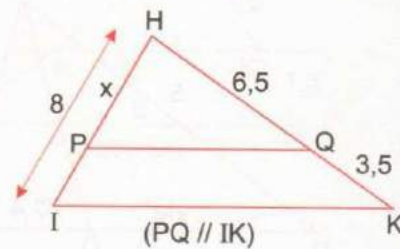
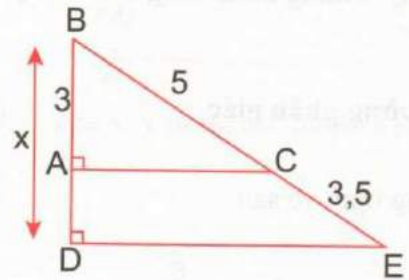
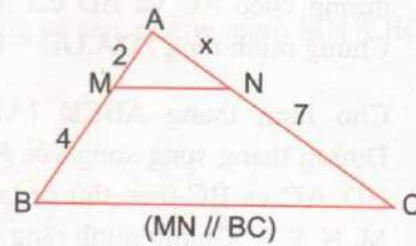


- b) Một người đo chiều cao của cái tháp được đặt ở cách xa người đó 1500 m bằng cách cong 5 ngón tay lại để che hết cái tháp (xem hình vẽ). Biết cánh tay người đó dài 1 m và ngón tay cao 5 cm. Em hãy tính xem tháp cao bao nhiêu.

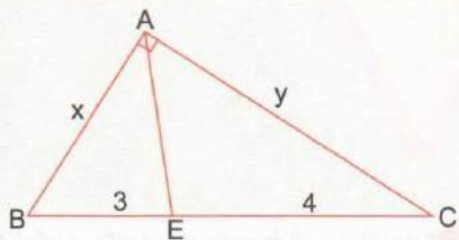
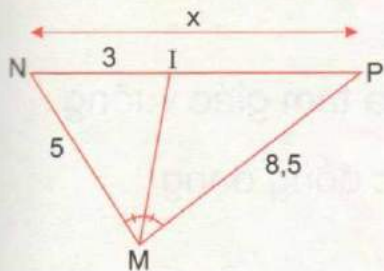
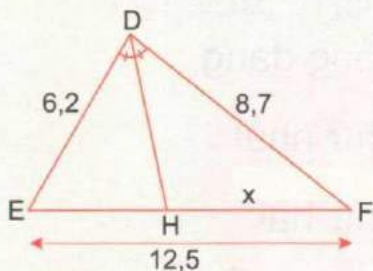
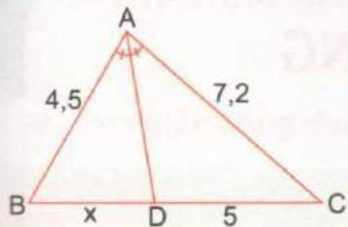


15. Tam giác ABC có BC bằng 15 cm. Trên đường cao AH lấy các điểm K, I sao cho $AK = KI = IH$. Qua I và K vẽ các đường $EF \parallel BC$, $MN \parallel BC$.
- a) Tính độ dài các đoạn thẳng MN và EF.
- b) Tính diện tích tứ giác MNFE biết rằng diện tích tam giác ABC là 270 cm^2 .

16. Tìm x trong các hình vẽ sau :



17. Tìm x trong các hình vẽ sau :



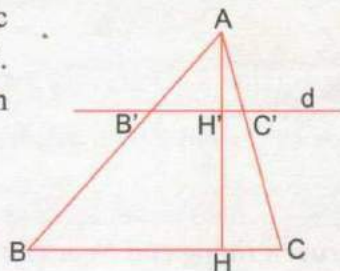
(AE là tia phân giác của \widehat{BAC})

18. Tam giác ABC có đường cao AH. Đường thẳng $d \parallel BC$ cắt các cạnh AB, AC và đường cao AH theo thứ tự tại các điểm B' , C' và H' (xem hình vẽ).

a) Chứng minh rằng : $\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC}$.

b) Áp dụng : Cho biết $AH' = \frac{1}{3}AH$ và

diện tích tam giác ABC là $67,5 \text{ cm}^2$.
 Tính diện tích tam giác $AB'C'$.



19. Cho tứ giác ABCD, AC và BD cắt nhau tại O. Đường thẳng qua O và song song với BC cắt AB ở E ; đường thẳng song song với CD qua O cắt AD tại F.

a) Chứng minh $FE \parallel BD$.

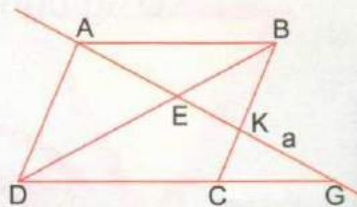
b) Từ O kẻ các đường thẳng song song với AB, AD cắt BD, CD lần lượt tại G và H.

Chứng minh : $CG \cdot DH = BG \cdot CH$.

20. Cho hình bình hành ABCD. Đường thẳng a đi qua A lần lượt cắt BD, BC, DC theo thứ tự tại E, K, G. Chứng minh rằng :

a) $AE^2 = EK \cdot EG$

b) $\frac{1}{AE} = \frac{1}{AK} + \frac{1}{AG}$



TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG VÀ ỨNG DỤNG

- Khái niệm hai tam giác đồng dạng
- Trường hợp đồng dạng thứ nhất
- Trường hợp đồng dạng thứ hai
- Trường hợp đồng dạng thứ ba
- Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông
- Ứng dụng thực tế của tam giác đồng dạng



Matryoska là một sản phẩm truyền thống của Nga, bao gồm một bộ các con búp bê bằng gỗ, rỗng ruột, đồng dạng và được lồng vào nhau.



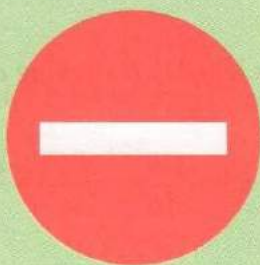
KHÁI NIỆM HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

♦ Tam giác đồng dạng

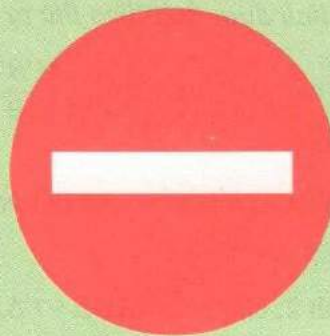
Hoạt động 1

Quan sát các hình dưới đây, nêu nhận xét về hình dạng và kích thước của từng cặp hình (Ia) với (Ib), (IIa) với (IIb).

(I)

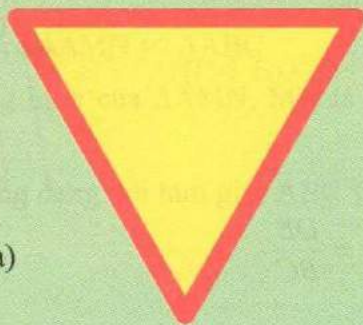


a)

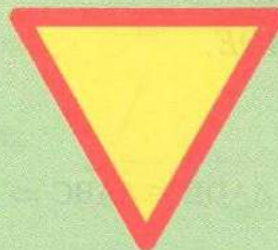


b)

(II)



a)

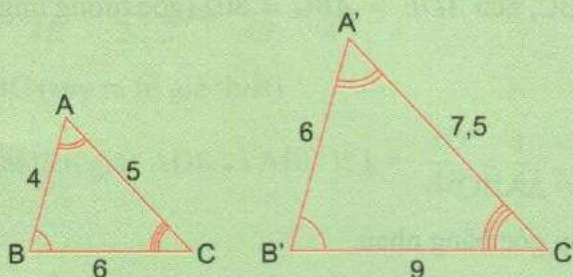


b)

Những cặp hình như thế gọi là những hình đồng dạng.

Ở đây ta chỉ xét các tam giác đồng dạng.

Hoạt động 2



Hình 1

Cho tam giác ABC và tam giác A'B'C' (hình 1).

Dùng thước đo độ, hãy đo và so sánh $\widehat{A'}$ với \widehat{A} , $\widehat{B'}$ với \widehat{B} , $\widehat{C'}$ với \widehat{C} .

Tính và so sánh các tỉ số $\frac{A'B'}{AB}$; $\frac{A'C'}{AC}$; $\frac{B'C'}{BC}$

Định nghĩa

Tam giác $A'B'C'$ gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu :

$$\widehat{A'} = \widehat{A} ; \widehat{B'} = \widehat{B} ; \widehat{C'} = \widehat{C} \text{ và } \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

Kí hiệu : $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$.

(đọc : Tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC)

Các đỉnh được viết theo thứ tự tương ứng.

Tỉ số các cạnh tương ứng $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k$ gọi là tỉ số đồng dạng.

Ví dụ :

Ở hình 1, $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{3}{2}$.

Ví dụ :

Ở hình 2, cho biết $\Delta ADE \sim \Delta ABC$.

a) Viết tỉ số đồng dạng, tính tỉ số đồng dạng.

b) Tính AD .

c) Tính \widehat{ADE} .

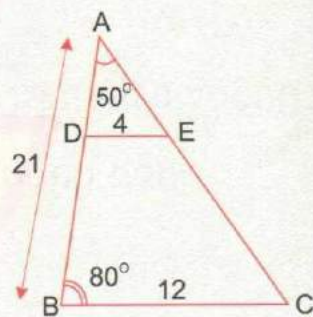
Giải :

a) Ta có $\Delta ADE \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

Vậy tỉ số đồng dạng $\frac{DE}{BC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

b) Ta có : $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AD}{21} = \frac{1}{3} \Rightarrow AD = \frac{1}{3} \cdot 21 = 7$.

c) $\Delta ADE \sim \Delta ABC$, nên $\widehat{ADE} = \widehat{ABC} = 80^\circ$ (góc tương ứng).



Hình 2



THỬ TÀI BẠN

Cho biết $\Delta MNP \sim \Delta ABC$.

a) Hãy viết các cặp góc bằng nhau.

b) Cho $MN = 15$ cm, $AB = 6$ cm. Hãy điền vào các chỗ trống sau : $\frac{MP}{AC} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

Hoạt động 3

• Nếu $\Delta A'B'C' = \Delta ABC$ thì tam giác $A'B'C'$ có đồng dạng với tam giác ABC không? Tỉ số đồng dạng là bao nhiêu?

• Nếu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ theo tỉ số k thì $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số nào?

Tính chất

Tính chất 1 : Mỗi tam giác đồng dạng với chính nó.

Tính chất 2 : Nếu $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ thì $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$.

Tính chất 3 : Nếu $\Delta A'B'C' \sim \Delta A''B''C''$ và $\Delta A''B''C'' \sim \Delta ABC$ thì $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$.

Từ tính chất 2, ta nói $\Delta A'B'C'$ và ΔABC đồng dạng với nhau.

Ví dụ : Cho $\Delta MNP \sim \Delta DEF$ và $\Delta DEF \sim \Delta ABC$, biết $\widehat{M} = 48^\circ$. Tính \widehat{A} .

Giải :

Ta có : $\Delta MNP \sim \Delta DEF$ và $\Delta DEF \sim \Delta ABC$, nên $\Delta MNP \sim \Delta ABC$ (tính chất 3).

Do đó : $\widehat{M} = \widehat{A}$, mà $\widehat{M} = 48^\circ$.

Vậy $\widehat{A} = 48^\circ$.

Ví dụ :

Ở hình 3, cho biết :

$\Delta ADE \sim \Delta AMN$ và $\Delta AMN \sim \Delta ABC$.

DE là đường trung bình của ΔAMN , MN là đường trung bình của ΔABC .

Tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC với tỉ số đồng dạng là bao nhiêu ?

Giải :

Ta có : $\Delta ADE \sim \Delta AMN$ mà DE là đường trung bình của ΔAMN nên $\frac{AD}{AM} = \frac{1}{2}$ (1)

$\Delta AMN \sim \Delta ABC$ mà MN là đường trung bình của ΔABC nên $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có : $\frac{AD}{AM} \cdot \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{4}$.

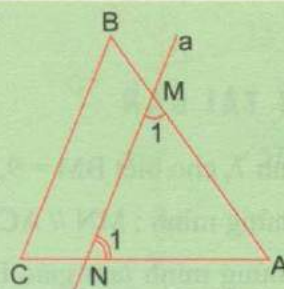
Mặt khác : $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ (suy ra từ giả thiết)

Nên tỉ số đồng dạng của hai tam giác ADE và ABC là $k = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{4}$.

◆ Định lí

Thực động

4



Hình 4

Ở hình 4, biết $MN \parallel BC$. Điền vào chỗ trống :

$$\widehat{M}_1 = \dots; \widehat{N}_1 = \dots; \widehat{A} = \dots; \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \dots$$

Nêu nhận xét về mối quan hệ giữa tam giác AMN và tam giác ABC.

Định lí

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

GT	ΔABC $MN \parallel BC (M \in AB; N \in AC)$
KL	$\Delta AMN \sim \Delta ABC$

Ví dụ :

Ở hình 5, cho $KL \parallel BE$. Tính BE.

Giải :

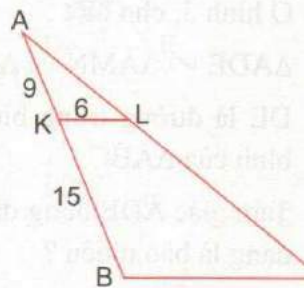
Ta có $KL \parallel BE$ (gt).

$$\text{Suy ra : } \Delta AKL \sim \Delta ABE \Rightarrow \frac{KL}{BE} = \frac{AK}{AB}. \quad (1)$$

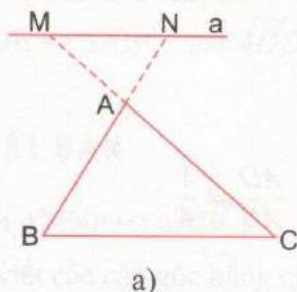
Mà $AB = AK + KB = 9 + 15 = 24$ nên từ (1)

$$\text{ta có } \frac{6}{BE} = \frac{9}{24} \Rightarrow BE = \frac{6 \cdot 24}{9} = 16.$$

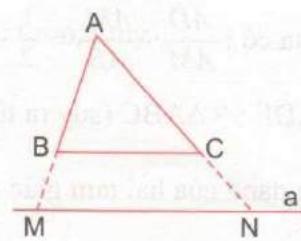
Chú ý : Định lí trên cũng đúng trong trường hợp đường thẳng a cắt phần kéo dài hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại (hình 6a, 6b).



Hình 5



a)



b)

Hình 6

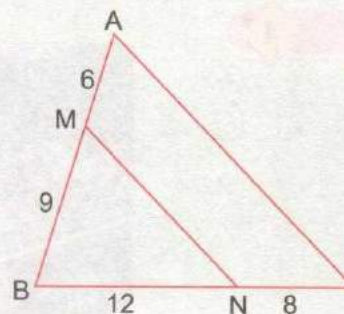


THỬ TÀI BẠN

Ở hình 7, cho biết $BM = 9$, $MA = 6$, $BN = 12$, $NC = 8$.

a) Chứng minh : $MN \parallel AC$.

b) Chứng minh tam giác BMN đồng dạng với tam giác BAC và viết dãy tỉ số đồng dạng.

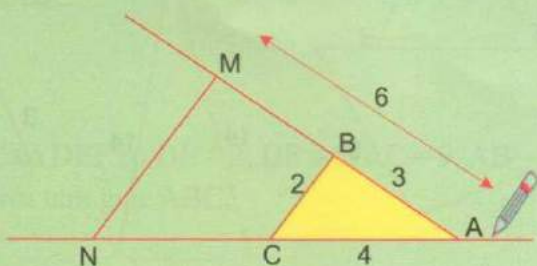


Hình 7

TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT (c.c.c)

5

Cho tam giác ABC có kích thước như hình 8.



Hình 8

Trên các cạnh AB và AC kéo dài, lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $AM = 6$; $AN = 8$.

a) Điền vào chỗ trống (...)

$AM = 6, AB = 3 \Rightarrow AM = 2 \dots \Rightarrow B$ là trung điểm của AM; $AN = 8, AC = 4 \Rightarrow C$ là ... của AN

Do đó BC là đường trung bình của tam giác AMN $\Rightarrow BC \parallel MN$ và $MN = 2BC = \dots$

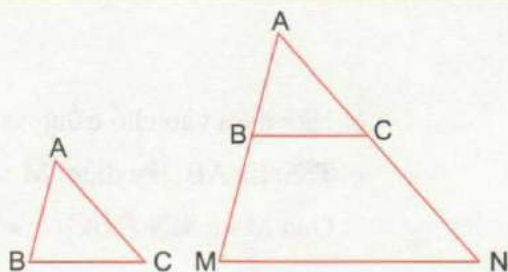
b) Có nhận xét gì về mối quan hệ giữa tam giác AMN và tam giác ABC ?

Định lí

Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

GT	$\Delta ABC, \Delta AMN$ $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$
----	---

KL	$\Delta ABC \sim \Delta AMN$
----	------------------------------



Hình 9

Ví dụ :

Cho hai tam giác ABC và ADE có kích thước như hình 10.

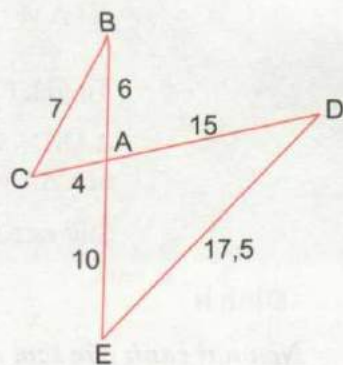
Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác ADE.

Giải :

Xét hai tam giác ABC và ADE, ta có :

$$\frac{AC}{AE} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}; \quad \frac{AB}{AD} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}; \quad \frac{BC}{DE} = \frac{7}{17,5} = \frac{2}{5}.$$

Suy ra $\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$, vậy $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ (c.c.c).

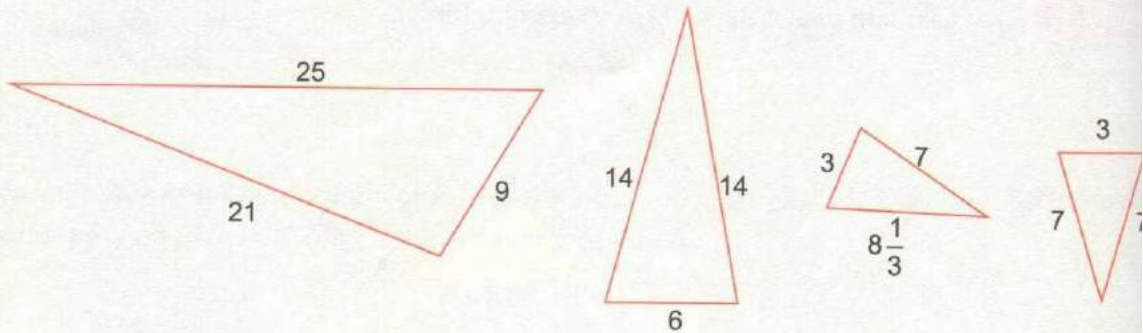


Hình 10



THỬ TÀI BẠN

Tìm trong hình 11 các cặp tam giác đồng dạng.



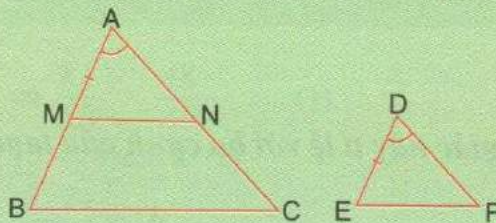
Hình 11



TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI (c.g.c)

Hoạt động 6

Cho tam giác ABC và tam giác DEF (hình 12) có: $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$; $\widehat{D} = \widehat{A}$



Hình 12

Hãy điền vào chỗ trống sau :

Trên tia AB, lấy điểm M sao cho $AM = DE$.

Qua M kẻ $MN \parallel BC$ ($N \in AC$).

Ta có : $\triangle AMN \sim \triangle \dots \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{\dots}$

Vì $AM = DE$ nên $\frac{DE}{AB} = \frac{\dots}{AC}$ (2)

Từ (1), (2), suy ra $AN = \dots$

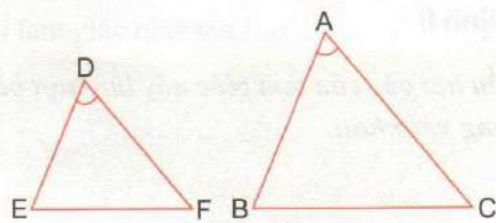
$\triangle AMN$ và $\triangle DEF$ có $AM = DE$, $\widehat{A} = \widehat{D}$ (gt) và $AN = DF$ (chứng minh trên nên $\triangle AMN = \triangle DEF$ (c.g.c).

Suy ra : $\triangle ABC \sim \triangle \dots$

Định lí

Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cạnh đó bằng nhau, thì hai tam giác đồng dạng.

GT	$\Delta ABC, \Delta DEF$ $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} ; \widehat{D} = \widehat{A}$
KL	$\Delta DEF \sim \Delta ABC$



Hình 13

Ví dụ :

Cho hai tam giác ABC và DEF có $DE = 3, DF = 5, AC = 9, AB = 15, \widehat{D} = \widehat{A}$. Chứng minh tam giác DEF đồng dạng với tam giác ABC.

Giải :

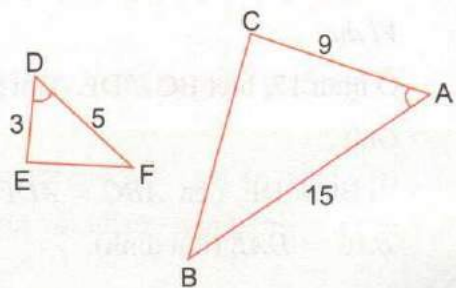
Xét hai tam giác ABC và DEF, ta có :

$$\frac{DE}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}; \frac{DF}{AB} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{DE}{AC} = \frac{DF}{AB} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác, ta có } \widehat{D} = \widehat{A} \text{ (gt)} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $\Delta DEF \sim \Delta ACB$ (c.g.c).



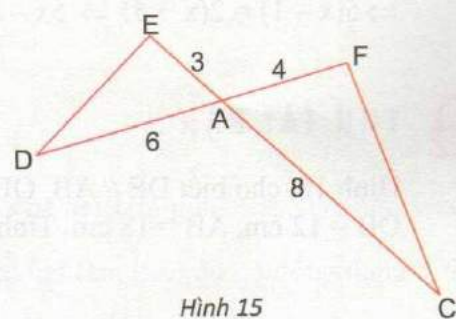
Hình 14



THỬ TÀI BẠN

Cho tam giác ADE và tam giác ACF có kích thước như hình 15.

Chứng minh : $\Delta ADE \sim \Delta ACF$.



Hình 15

TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA (g.g)

Thực động 7

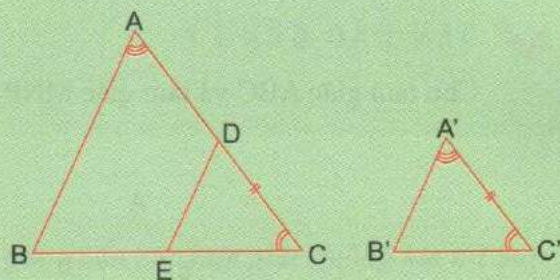
Cho hai tam giác ABC và A'B'C' có $\widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{C} = \widehat{C'}$ (hình 16).

Trên cạnh AC, lấy điểm D sao cho $DC = A'C'$. Qua D kẻ đường thẳng song song với AB cắt cạnh BC tại E.

– Tam giác DEC có đồng dạng với tam giác ABC không ?

– Nhận xét về mối quan hệ giữa tam giác A'B'C' và tam giác DEC.

– Dự đoán về sự đồng dạng của hai tam giác A'B'C' và tam giác ABC.



Hình 16

nh trên),

các cặp

Định lý

Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

GT	$\Delta ABC, \Delta A'B'C'$ $\widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{C} = \widehat{C}'$
KL	$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$

Ví dụ

Ở hình 17, biết $BC \parallel DE$. Tìm x .

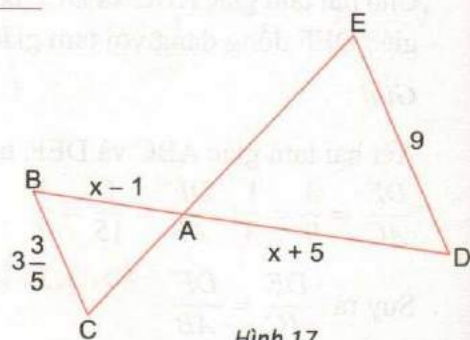
Giải :

Vì $BC \parallel DE$, nên $\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$ (so le trong).

$\widehat{BAC} = \widehat{DAE}$ (đối đỉnh).

$$\text{Do đó : } \Delta ABC \sim \Delta ADE \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \text{ hay } \frac{x-1}{x+5} = \frac{3\frac{3}{5}}{9} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 5(x-1) = 2(x+5) \Rightarrow 5x-5 = 2x+10 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5.$$

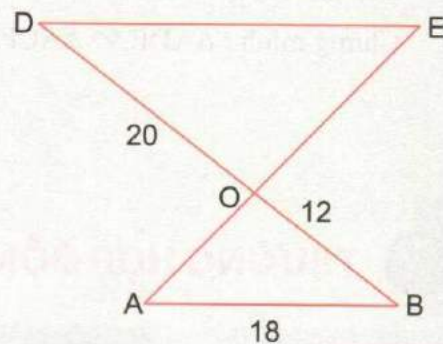


Hình 17



THỬ TÀI BẠN

Hình 18, cho biết $DE \parallel AB$, $OD = 20$ cm, $OB = 12$ cm, $AB = 18$ cm. Tính DE .

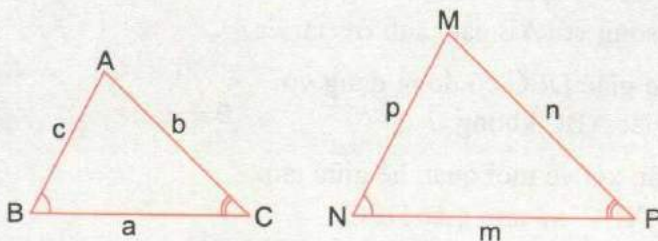


Hình 18



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Cho tam giác ABC và tam giác MNP có các số đo như hình vẽ (hình 19).



Hình 19

Huy và Thu đã viết ra các tỉ số đồng dạng của hai tam giác như sau :

Huy

$$\Delta ABC \sim \Delta MNP$$

$$\text{Vậy } \frac{c}{p} = \frac{a}{m} \Rightarrow c.m = a.p$$

Thu

$$\Delta ABC \sim \Delta MPN$$

$$\text{Vậy } \frac{c}{n} = \frac{a}{m} \Rightarrow c.m = a.n$$

Em hãy nhận xét về bài giải của hai bạn.



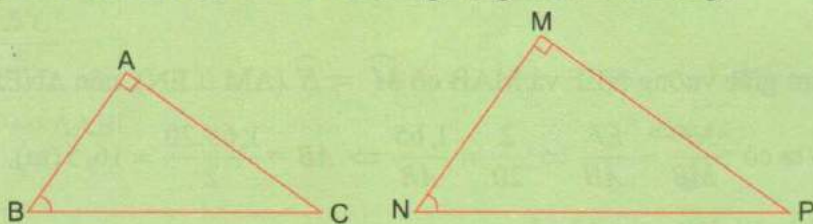
CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG

♦ Áp dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vào tam giác vuông

Hoạt động

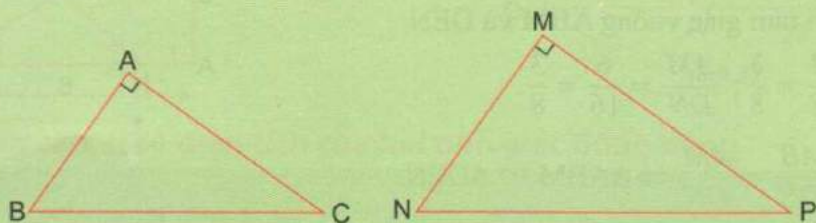
8

a) Từ trường hợp đồng dạng thứ ba (g.g) của hai tam giác, xét xem hai tam giác vuông ABC và MNP có $\widehat{B} = \widehat{N}$ có đồng dạng với nhau không ?



Hình 20

b) Từ trường hợp đồng dạng thứ hai (c.g.c) của hai tam giác, xét xem nếu tam giác vuông ABC và MNP có $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP}$ thì hai tam giác đó có đồng dạng với nhau không ?



Hình 21

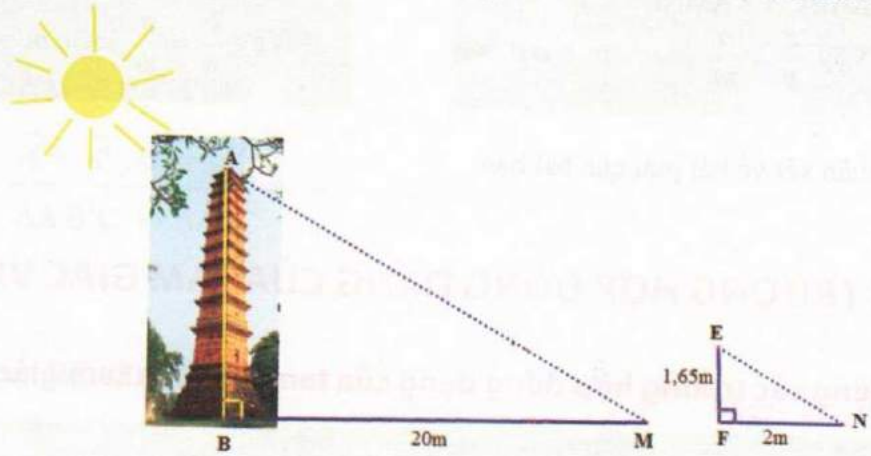
Ta có kết luận sau :

a) Nếu tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

b) Nếu tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

Ví dụ :

Bóng của tháp Bình Sơn (Vĩnh Phúc) trên mặt đất có độ dài 20 m. Cùng thời điểm đó, một cột sắt cao 1,65 m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 2 m. Tính chiều cao của tháp (hình 22)



Hình 22

Giải :

Hai tam giác vuông NEF và MAB có $\widehat{M} = \widehat{N}$ ($AM \parallel EN$), nên $\triangle NEF \sim \triangle MAB$.

$$\text{Từ đó ta có : } \frac{NF}{MB} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{2}{20} = \frac{1,65}{AB} \Rightarrow AB = \frac{1,65 \cdot 20}{2} = 16,5 \text{ (m)}.$$

Vậy tháp Bình Sơn cao 16,5 m.

Ví dụ :

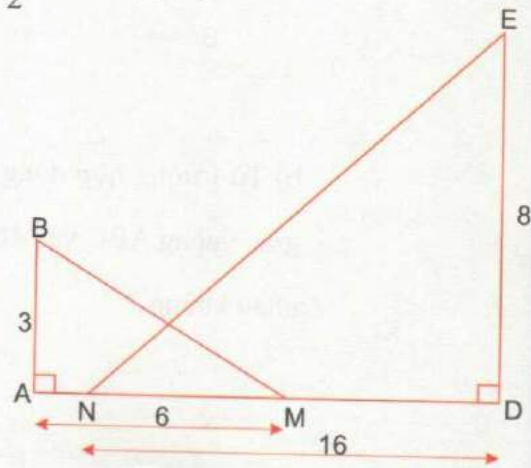
Hãy xét xem hai tam giác vuông ABM và DEN có kích thước như hình 23 có đồng dạng với nhau không.

Giải :

Xét hai tam giác vuông ABM và DEN

$$\text{có } \frac{AB}{DE} = \frac{3}{8}; \frac{AM}{DN} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}.$$

$$\text{Vậy } \frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN} \Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle DEN.$$

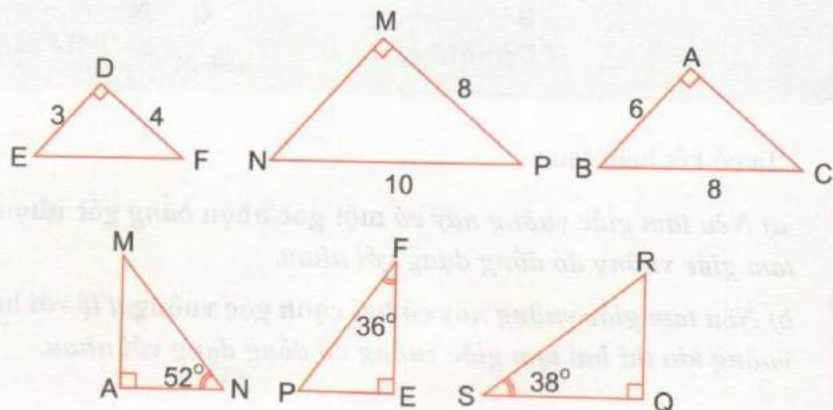


Hình 23



THỬ TÀI BẠN

Hãy chỉ ra các cặp tam giác đồng dạng trong hình sau :

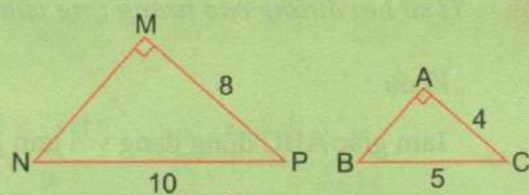


Hình 24

♦ **Dấu hiệu đặc biệt nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng**

9

Cho hai tam giác vuông MNP và ABC có kích thước như hình 25. Tính các tỉ số $\frac{AC}{MP}$ và $\frac{AB}{MN}$. Tam giác MNP có đồng dạng với tam giác ABC không? Vì sao?

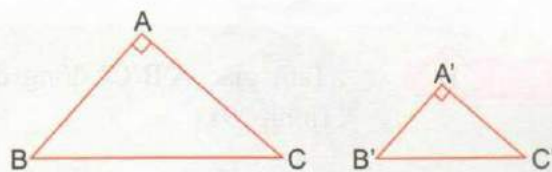


Hình 25

Định lí

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

GT	$\Delta ABC, \Delta A'B'C'; \hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ$ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$
KL	$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$



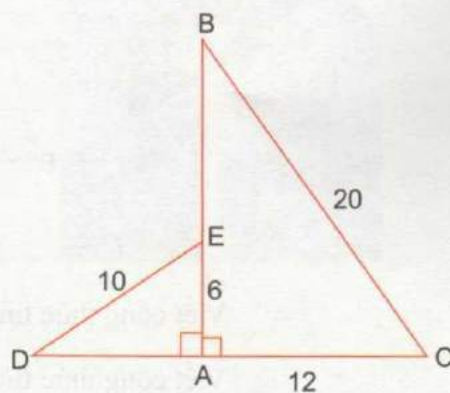
Hình 26

Vi dụ :

Ở hình 27, hai tam giác vuông ABC và ADE

có $\frac{AE}{AC} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}; \frac{DE}{BC} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Suy ra: $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$. Vậy $\Delta ADE \sim \Delta ABC$.



Hình 27

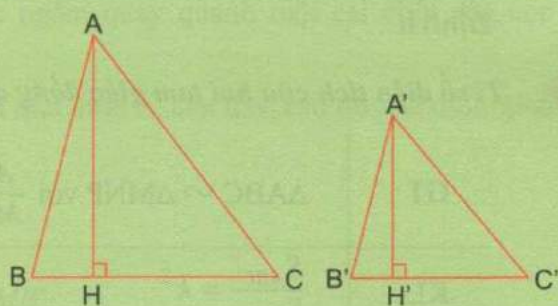
♦ **Tỉ số hai đường cao, tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng**

10

Ở hình 28, biết tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{A'B'}{AB}$ và hai đường cao tương ứng AH' và AH.

a) Dự đoán về sự đồng dạng của hai tam giác vuông A'B'H' và ABH.

b) So sánh tỉ số $\frac{A'H'}{AH}$ với tỉ số $k = \frac{A'B'}{AB}$.



Hình 28

Định lí

Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

Ví dụ :

Tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF với tỉ số $\frac{AB}{DE} = \frac{2}{5}$. Biết đường cao AH của tam giác ABC dài 5. Tính đường cao DK của tam giác DEF.

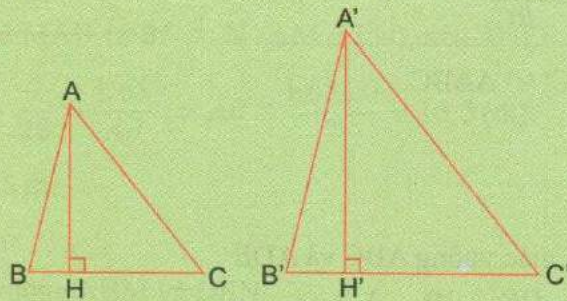
Giải :

$$\text{Vì } \triangle ABC \sim \triangle DEF \text{ với } \frac{AB}{DE} = \frac{2}{5},$$

$$\text{nên } \frac{AH}{DK} = \frac{AB}{DE} \text{ suy ra } \frac{5}{DK} = \frac{2}{5} \Rightarrow DK = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5.$$

Hoạt động 11

Tam giác A'B'C' đồng dạng với tam giác ABC, tỉ số đồng dạng $k = \frac{B'C'}{BC}$ (hình 29).



Hình 29

Viết công thức tính diện tích S_1 ứng với đường cao A'H' của tam giác A'B'C'.

Viết công thức tính diện tích S_2 ứng với đường cao AH của tam giác ABC.

Lập tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$. Em có nhận xét gì về tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ với tỉ số đồng dạng k ?

Định lí

Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

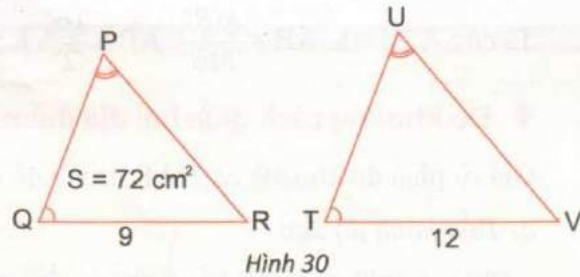
GT	$\triangle ABC \sim \triangle MNP$ với $\frac{AB}{MN} = k$
KL	$\frac{S_{ABC}}{S_{MNP}} = k^2$



THỬ TÀI BẠN

Cho tam giác PQR và UTV (hình 30),
có $\widehat{P} = \widehat{U}$, $\widehat{Q} = \widehat{T}$, QR = 9 cm, TV = 12 cm,
diện tích tam giác PQR bằng 72 cm^2 .

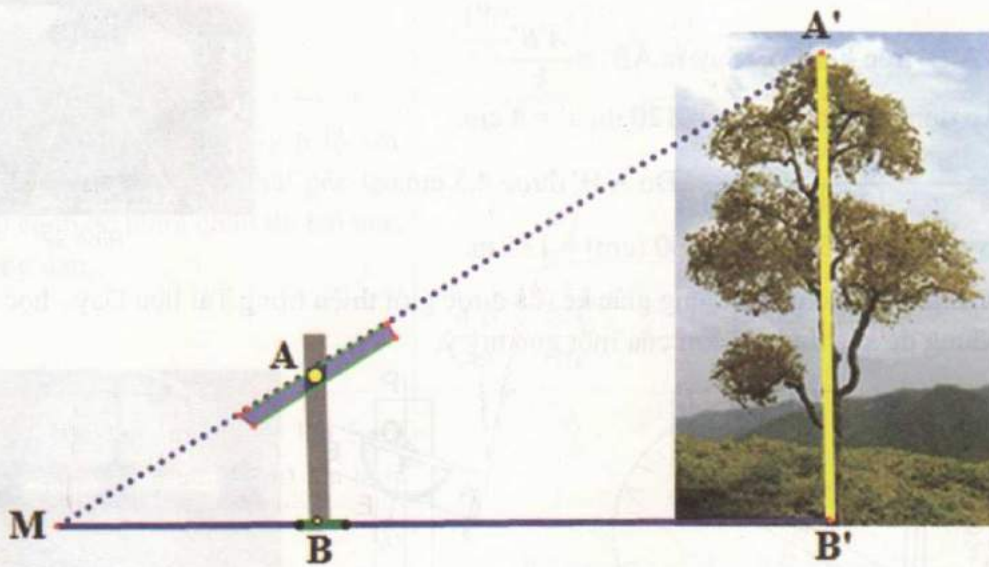
Tính diện tích tam giác UTV.



Hình 30

ỨNG DỤNG THỰC TẾ CỦA TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

◆ Đo gián tiếp chiều cao của vật



Hình 31

Giả sử cần phải xác định chiều cao của một ngọn tháp, một toà nhà hay một cây nào đó, ta có thể làm như sau :

a) Tiến hành đo đạc

– Đặt cọc AB thẳng đứng trên đó có gắn thước ngắm quay quanh một cái chốt của cọc (hình 31).

– Điều khiển thước ngắm sao cho hướng thước đi qua đỉnh A' của cây, sau đó xác định giao điểm M của đường thẳng AA' và BB'.

– Đo khoảng cách MB và MB'.

b) Tính chiều cao của cây

Ta có $\triangle MA'B' \sim \triangle MAB$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{MB'}{MB}$.

Suy ra $A'B' = k \cdot AB$.

Áp dụng bảng số với $MB = 2 \text{ m}$, $MB' = 16 \text{ m}$, $AB = 1,50 \text{ m}$.

Ta có : $A'B' = k \cdot AB = \frac{MB'}{MB} \cdot AB = \frac{16}{2} \cdot 1,50 = 12 \text{ (m)}$.

◆ **Đo khoảng cách giữa hai địa điểm trong đó có một địa điểm không thể tới được**

Giả sử phải đo khoảng cách AB , trong đó điểm A bị ngăn cách bởi ao, hồ không thể đến được.

a) Tiến hành đo đạc

- Chọn một khoảng đất bằng phẳng rồi vạch đoạn BC có độ dài bằng a .
- Dùng thước đo góc (giác kế), đo các góc : $\widehat{ABC} = x^\circ$, $\widehat{ACB} = y^\circ$.

b) Tính khoảng cách AB

Vẽ trên giấy tam giác $A'B'C'$ với $B'C' = a'$, $\widehat{A'B'C'} = x^\circ$, $\widehat{A'C'B'} = y^\circ$.

Khi đó $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ theo tỉ số $k = \frac{a'}{a}$.

Đo $A'B'$ trên hình vẽ. Suy ra $AB = \frac{A'B'}{k}$.

- Áp dụng bảng số với $a = 120 \text{ m}$, $a' = 4 \text{ cm}$.

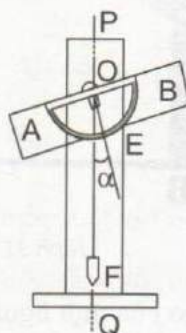
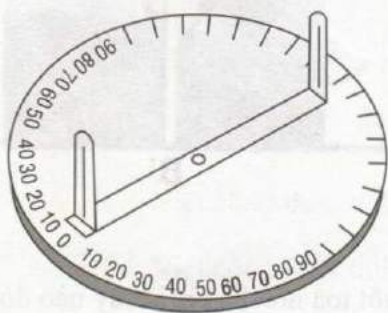
$$k = \frac{a'}{a} = \frac{4}{12000} = \frac{1}{3000}. \text{ Đo } A'B' \text{ được } 4,5 \text{ cm.}$$

Vậy $AB = 4,5 \cdot 3000 = 13500 \text{ (cm)} = 135 \text{ m}$.

Ghi chú : Khi đo góc ta dùng giác kế (đã được giới thiệu trong Tài liệu Dạy - học toán 6). Giác kế dùng để xác định độ lớn của một góc tùy ý.



Hình 32



Một vài loại giác kế

Hiện nay với trình độ phát triển của khoa học công nghệ người ta dùng các thiết bị đo bằng điện tử rất nhanh, gọn, chính xác.

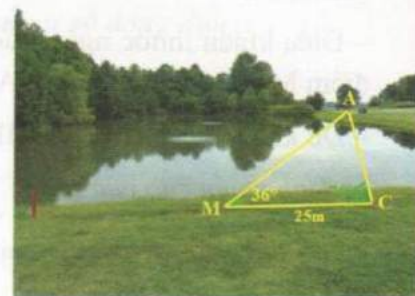


THỬ TÀI BẠN

Vẽ vào giấy tam giác DEF với $EF = 4 \text{ cm}$,
 $\widehat{E} = 36^\circ$; $\widehat{F} = 76^\circ$.

Chứng minh ΔAMC đồng dạng với ΔDEF .

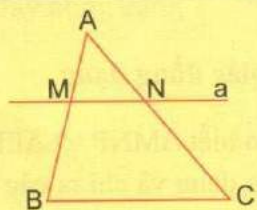
Dùng thước đo chiều dài cạnh DF của ΔDEF .
Tính khoảng cách giữa hai điểm A và C ở hai bờ ao trong hình 33.



Hình 33

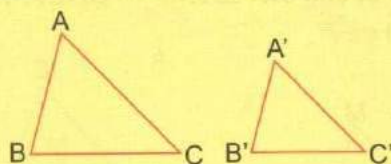
GHI NHỚ

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.



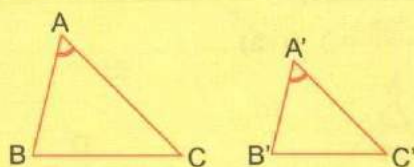
$$MN \parallel BC \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC$$

Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.



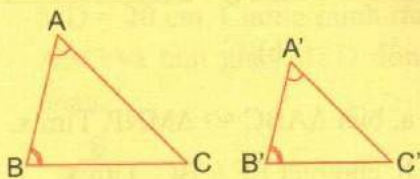
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \Rightarrow \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$$

Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng.



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}; \widehat{A'} = \widehat{A} \Rightarrow \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$$

Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.



$$\widehat{A'} = \widehat{A}; \widehat{B'} = \widehat{B} \Rightarrow \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$$

Nếu tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

Nếu tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

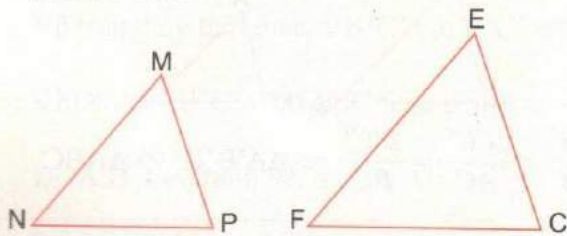
Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

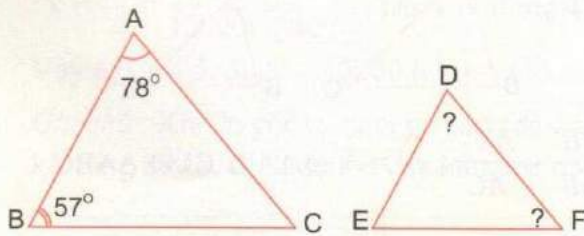
BÀI TẬP

Khái niệm tam giác đồng dạng

1. a) Hình a, cho biết $\triangle MNP \sim \triangle EFC$. Viết dãy tỉ số đồng dạng và chỉ ra các cặp góc tương ứng.

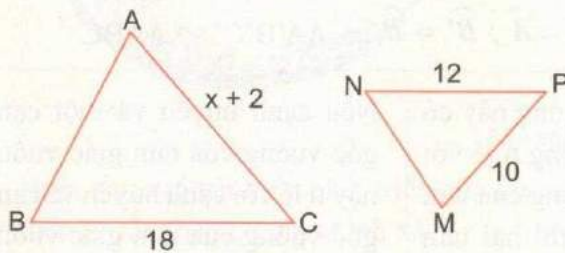


a)

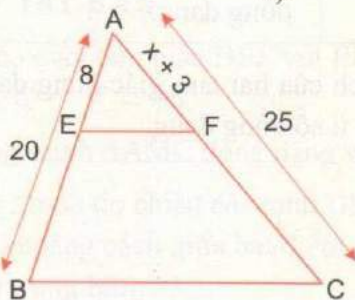


b)

2. a) Hình a, biết $\triangle ABC \sim \triangle MNP$. Tìm x.

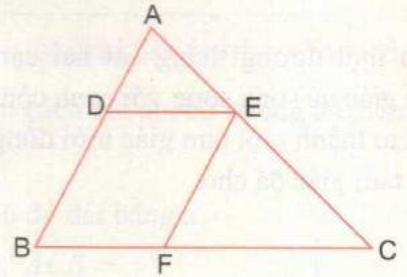


a)



b)

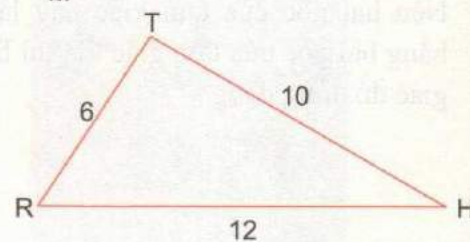
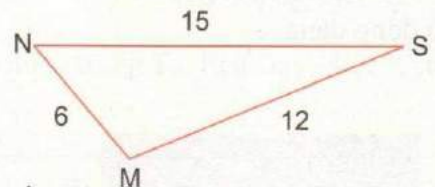
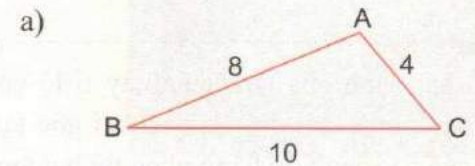
3. Cho biết $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$ (hình bên). Chứng minh $\triangle ADE \sim \triangle EFC$.



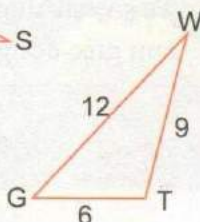
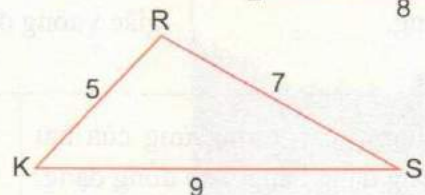
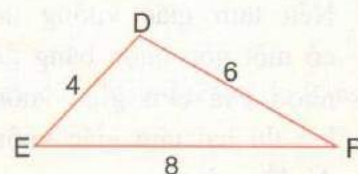
Trường hợp đồng dạng thứ nhất (c. c. c)

4. Hãy tìm cặp tam giác đồng dạng trong các câu sau :

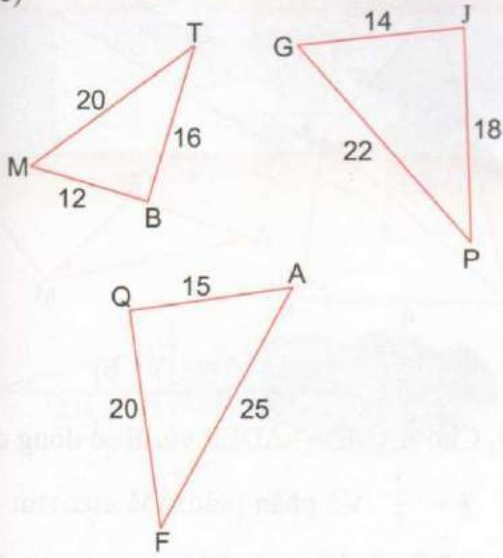
a)



b)



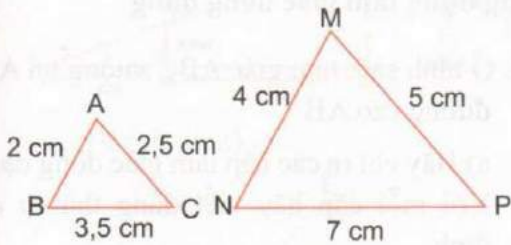
c)



5. Cho tam giác ABC và tam giác MNP có kích thước như hình vẽ.

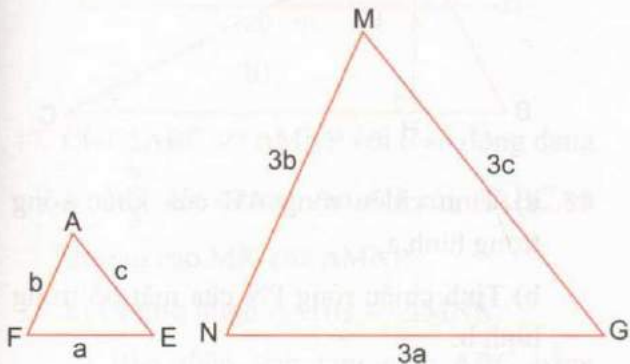
a) Tam giác ABC có đồng dạng với tam giác MNP không? Vì sao?

b) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác.



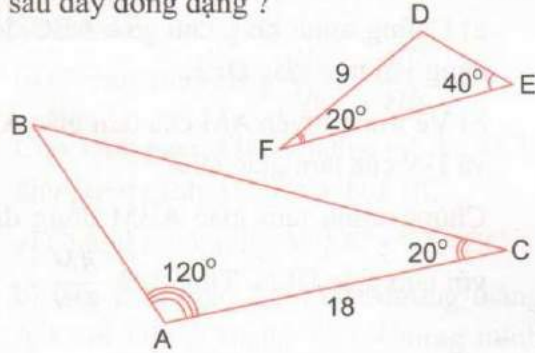
6. a) Hai tam giác AFE và MNG ở hình dưới có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

b) Biết tam giác AFE có chu vi bằng 15 cm. Tính chu vi tam giác MNG.

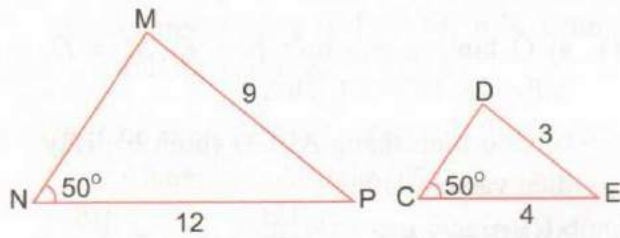


Trường hợp đồng dạng thứ hai (c.g.c)

7. Xét xem cặp tam giác nào trong các hình sau đây đồng dạng?



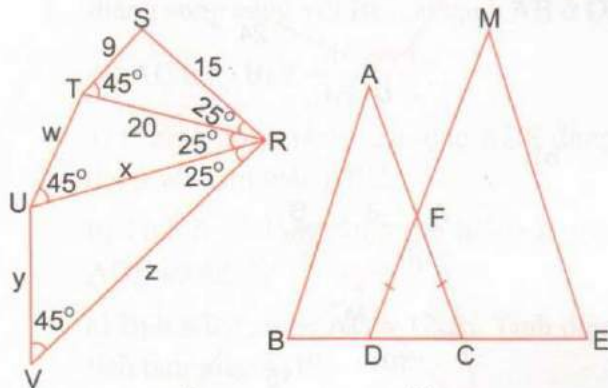
a)



b)

8. a) Trong hình a, hãy tính x, y, z, w.

b) Trong hình b, cho biết $FD = FC$, $BC = 9$ cm, $DE = 12$ cm, $AC = 15$ cm, $MD = 20$ cm. Chứng minh rằng tam giác ABC và tam giác MED đồng dạng với nhau.



a)

b)

9. Cho góc xOy, trên tia Ox lấy $OA = 6$ cm, trên tia Oy lấy $OB = 4$ cm, $OC = 9$ cm.

a) Chứng minh rằng $\triangle OAB$ đồng dạng với $\triangle OCA$.

b) Viết các cặp góc bằng nhau.

10. Cho ΔABC và ΔDEF có $AB = 6$ cm, $BC = 9$ cm, $DE = 8$ cm, $EF = 12$ cm, $\widehat{B} = \widehat{E}$.

a) Chứng minh rằng tam giác ABC đồng dạng với tam giác DEF.

b) Vẽ trung tuyến AM của tam giác ABC và DN của tam giác DEF.

Chứng minh tam giác ABM đồng dạng với tam giác DEN. Tính tỉ số $\frac{AM}{DN}$.

Trường hợp đồng dạng thứ ba (g.g)

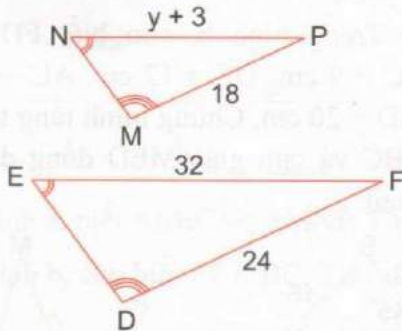
11. a) Ở hình a, cho biết $\widehat{N} = \widehat{E}$, $\widehat{M} = \widehat{D}$, $MP = 18$, $DF = 24$. Tính y.

b) Cho hình thang ABCD (hình b). Hãy điền vào chỗ trống :

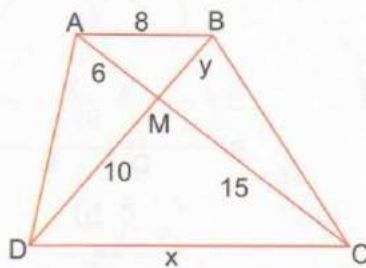
$$\Delta AMB \sim \Delta \dots ; \frac{AM}{\dots} = \frac{\dots}{DC} = \frac{MB}{\dots} ;$$

$$x = \dots ; y = \dots$$

a)

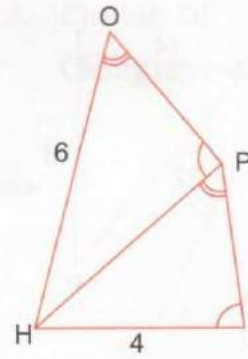


b)

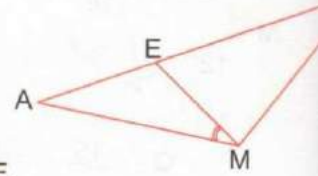


12. a) Hình a, cho biết $\widehat{O} = \widehat{HPE}$; $\widehat{HPO} = \widehat{E}$, $OH = 6$, $HE = 4$. Tính HP.

b) Hình b, cho biết $\widehat{AME} = \widehat{AFM}$. Chứng minh : $AM^2 = AE \cdot AF$.



a)



b)

13. Cho $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ với tỉ số đồng dạng

$$k = \frac{2}{5}. \text{ Vẽ phân giác AM của tam giác}$$

ABC và phân giác DN của tam giác DEF ($M \in BC, N \in EF$).

a) Chứng minh rằng $\Delta ABM \sim \Delta DEN$.

b) Tính DN khi biết $AM = 10$ cm.

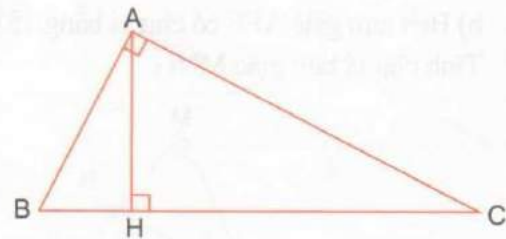
Trường hợp đồng dạng của tam giác vuông

Ứng dụng tam giác đồng dạng

14. Ở hình sau, tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH

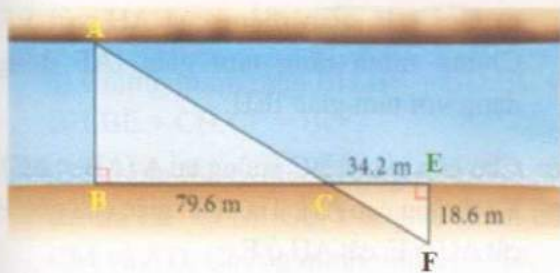
a) Hãy chỉ ra các cặp tam giác đồng dạng. Với mỗi cặp hãy viết đúng thứ tự các đỉnh.

b) Cho biết $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, BH, AH.

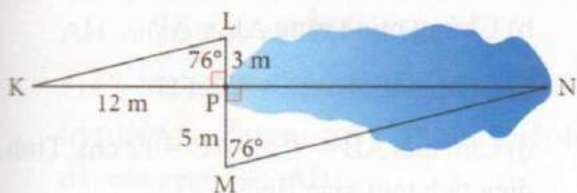


15. a) Tính chiều rộng AB của khúc sông trong hình a.

b) Tính chiều rộng PN của mặt hồ trong hình b.



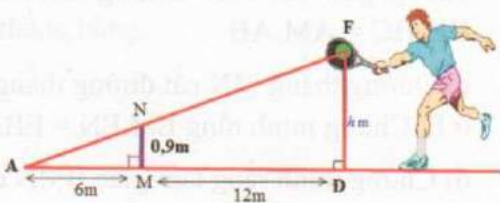
a)



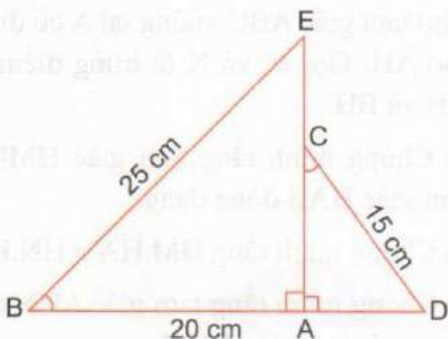
b)

16. a) Cho hai tam giác AMN và ADF có các kích thước như hình a. Tính DF.

b) Hình b, cho biết $\widehat{B} = \widehat{C}$, $BE = 25$ cm, $AB = 20$ cm, $DC = 15$ cm. Tính CE.



a)



b)

17. Cho $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{2}{3}$. Kẻ đường cao AH của $\triangle ABC$ và đường cao MK của $\triangle MNP$.

a) Chứng minh $\triangle ABH \sim \triangle MNK$.

b) Biết diện tích tam giác ABC bằng 56 cm^2 . Tính diện tích tam giác MNK.

18. Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng $\triangle AEB \sim \triangle AFC$. Suy ra $AE \cdot AC = AF \cdot AB$.

b) Chứng minh rằng $\frac{HE}{HC} = \frac{HF}{HB}$.

19. Cho tam giác ABC vuông tại A, M là điểm trên cạnh AC. Kẻ $MD \perp BC$.

a) Chứng minh rằng $\triangle DMC \sim \triangle ABC$.

b) Gọi E là giao điểm của đường thẳng AB với đường thẳng MD. Chứng minh rằng $\triangle DBE \sim \triangle DMC$.

c) Đường thẳng BM cắt EC ở K. Chứng minh rằng $\triangle MEK \sim \triangle MBD$.

20. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ đường cao AH ($H \in BC$).

a) Chứng minh rằng tam giác ABH đồng dạng với tam giác ABC.

Suy ra: $AH \cdot BC = AB \cdot AC$

b) Chứng minh rằng $AC^2 = CH \cdot CB$.

c) Chứng minh rằng $AH^2 = HB \cdot HC$.

21. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Từ một điểm I trên AH kẻ đường thẳng song song với BC cắt cạnh AB ở D, cắt AC ở E. Biết $\frac{AI}{AH} = \frac{1}{3}$.

a) Chứng minh rằng tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC.

b) Tính tỉ số đồng dạng của hai tam giác ADE và ABC.

c) Biết $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm. Tính diện tích tam giác ADE.

LUYỆN TẬP

22. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Vẽ HE vuông góc với AB tại E, vẽ HF vuông góc với AC tại F.

a) Chứng minh rằng tam giác AEH và tam giác AHB đồng dạng, suy ra $AH^2 = AE \cdot AB$.

b) Chứng minh rằng $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.

c) Chứng minh rằng tam giác AFE đồng dạng với tam giác ABC.

d) Gọi AM là trung tuyến của tam giác ABC. Chứng minh $AM \perp EF$.

23. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AH ($H \in BC$). Vẽ $HM \perp AB$, $HN \perp AC$ ($M \in AB$, $N \in AC$).

a) Chứng minh rằng $\triangle AMH \sim \triangle AHB$. Suy ra $AH^2 = AM \cdot AB$

b) Chứng minh rằng $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

c) Chứng minh $\triangle ANM \sim \triangle ABC$.

d) Gọi O là giao điểm của AH với MN. Chứng minh $OA \cdot OH = OM \cdot ON$

24. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường cao BE, CF cắt nhau ở H.

a) Chứng minh $AE \cdot AC = AF \cdot AB$.

b) Chứng minh $\triangle AEF \sim \triangle ABC$.

c) Chứng minh $\triangle HEF \sim \triangle HCB$.

d) Phân giác của góc BAC lần lượt cắt EF tại I, cắt BC tại K.

Chứng minh $\frac{IE}{IF} = \frac{KB}{KC}$

25. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC.

b) Chứng minh rằng $AD \cdot HD = DB \cdot DC$

c) Gọi I là giao điểm của AH với EF. Chứng minh rằng tam giác IAF đồng dạng với tam giác IEH.

26. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ đường cao AH. Tia phân giác của góc B cắt AC ở E, cắt AH ở F.

a) Chứng minh rằng $AB \cdot HF = AE \cdot HB$

b) Chứng minh rằng $AE = AF$.

c) Chứng minh $AE^2 = EC \cdot FH$

d) Cho biết $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm. Tính diện tích tam giác BHF.

27. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ đường cao AH ($H \in BC$).

a) Chứng minh rằng $AB^2 = BH \cdot BC$.

b) Vẽ HM vuông góc với AB, HN vuông góc với AC. Chứng minh rằng $HB \cdot HC = AM \cdot AB$

c) Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC ở E. Chứng minh rằng $EM \cdot EN = EB \cdot EC$.

d) Chứng minh rằng tam giác BMN đồng dạng với tam giác MHC.

28. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Gọi M và N là trung điểm của AH và BH.

a) Chứng minh rằng tam giác HMN và tam giác HAB đồng dạng.

b) Chứng minh rằng $HM \cdot HA = HN \cdot HC$.

c) Chứng minh rằng tam giác AHN đồng dạng với tam giác CHM.

d) Gọi K là giao điểm của MN với AC, I là giao điểm của CM với AN. Chứng minh KM là tia phân giác của góc IKH.

29. Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng: $\triangle BDA \sim \triangle BFC$ và $BD \cdot BC = BF \cdot BA$

b) Chứng minh rằng $\widehat{BDF} = \widehat{BAC}$.

c) Chứng minh rằng $BH.BE = BD.BC$ và $BH.BE + CH.CF = BC^2$.

d) Đường thẳng qua A song song với BC cắt tia DF tại M. Gọi I là giao điểm của CM và AD. Chứng minh rằng $IE \parallel BC$.

30. Cho hình chữ nhật ABCD ($AD < AB$). Vẽ AH vuông góc với BD tại H.

a) Chứng minh rằng $\DeltaHAD \sim \DeltaABD$.

b) Biết $AB = 20$ cm, $AD = 15$ cm. Tính độ dài các cạnh BD, AH.

c) Chứng minh rằng $AH^2 = HD.HB$.

d) Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DE < AD$. Vẽ EM vuông góc với BD tại M. EM cắt AB tại O. Vẽ AK vuông góc với BE tại K. Vẽ AF vuông góc với OD tại F. Chứng minh ba điểm H, F, K thẳng hàng.

31. Cho tam giác ABC vuông góc tại A ($AB < AC$), đường cao AH. Vẽ HM vuông góc với AC tại M.

a) Chứng minh rằng $AH^2 = AM.AC$

b) Chứng minh rằng $AM.AC = HB.HC$.

c) Qua A vẽ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng HM tại I, vẽ IN vuông góc với BC tại N. Chứng minh rằng $\DeltaHMN \sim \DeltaHCI$.

d) Gọi E là giao điểm của IN với AC, HE cắt IC ở F, biết $AB = 12$ cm, $BC = 20$ cm. Tính diện tích tam giác AMF.

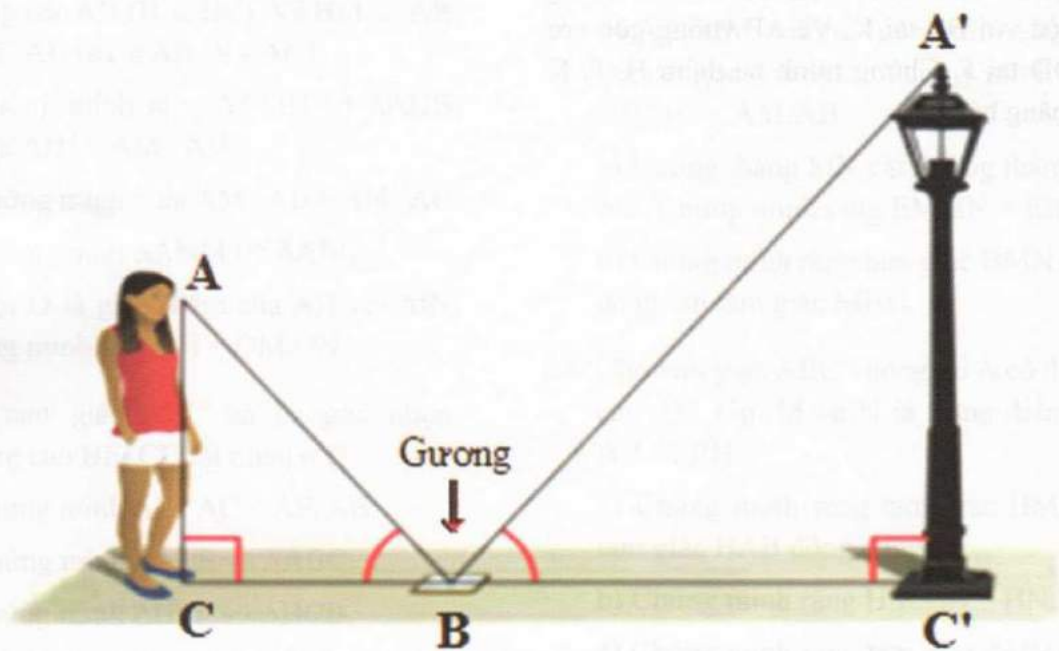


ĐO CHIỀU CAO CỦA VẬT BẰNG MỘT TẤM GƯƠNG

Để đo chiều cao của một cột đèn, ta làm như sau :

Đặt tấm gương nằm trên mặt phẳng nằm ngang, mắt của người quan sát nhìn thẳng vào tấm gương. Người quan sát lùi dần cho đến khi nhìn thấy ảnh của đỉnh ngọn đèn trong gương. Vì góc $\widehat{A'BC'}$ bằng góc \widehat{ABC} , do đó $\Delta A'BC' \sim \Delta ABC$.

Biết được chiều cao AC (từ mắt người quan sát đến mặt đất), khoảng cách BC (từ gương đến chân người), khoảng cách BC' (từ gương đến chân cột đèn), ta tính được chiều cao A'C' của cột đèn (xem hình vẽ).



CHƯƠNG

4

HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG HÌNH CHÓP ĐỀU

- Hình lăng trụ đứng
- Hình chóp đều



Toà nhà Vietcombank tại Quảng trường Mê Linh (TP. Hồ Chí Minh), có hình dáng bên ngoài là các hình lăng trụ đứng xếp chồng lên nhau.

HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

- Hình hộp chữ nhật
- Thể tích hình hộp chữ nhật
- Hình lăng trụ đứng
- Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng
- Thể tích của hình lăng trụ đứng



Được Malcolm McLean phát minh năm 1930 ở New Jersey (Mỹ), các container là một yếu tố quan trọng góp phần làm thay đổi diện mạo của ngành vận tải với hơn 200 triệu container được chuyên chở hàng năm.

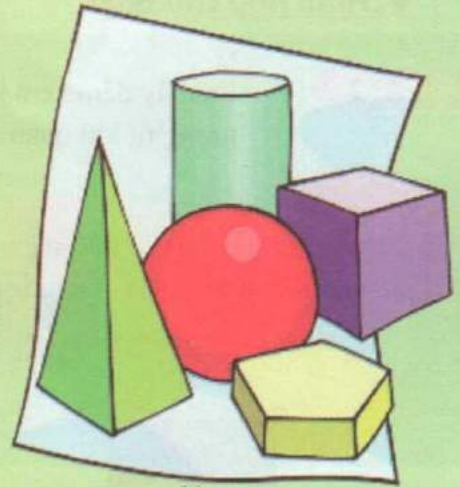
Các container phần lớn đều có dạng hình hộp chữ nhật.

◆ Một số vật thể trong không gian

Thật động 1



a)



b)

Các hình trong nhóm a) và nhóm b) có gì khác nhau ?

Những hình mà tất cả các điểm của chúng đều cùng nằm trong một mặt phẳng được gọi là những *hình phẳng*.

Những hình có chứa các điểm không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào được gọi là những *hình không gian*.

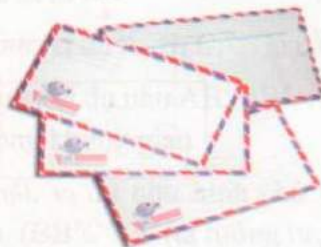
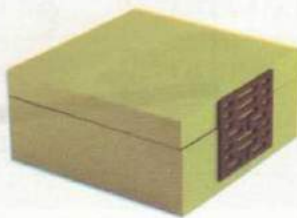
Ví dụ:

- Tam giác, hình vuông, hình chữ nhật, hình tròn, hình bầu dục là những hình phẳng.
- Hình cầu, hình chóp, hình hộp, hình trụ, hình lập phương, hình nón là những hình không gian.



THỬ TÀI BẠN

Trong các hình sau, hình nào là hình không gian ?



HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

◆ Hình hộp chữ nhật

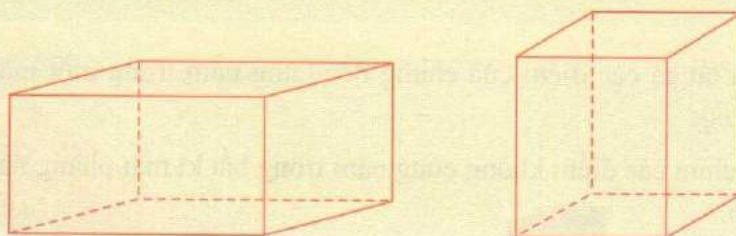
Hoạt động 2

Em hãy đếm xem hộp giấy đựng phấn có mấy mặt, mỗi mặt là hình gì. Nhận xét tương tự khi quan sát viên gạch xây nhà.



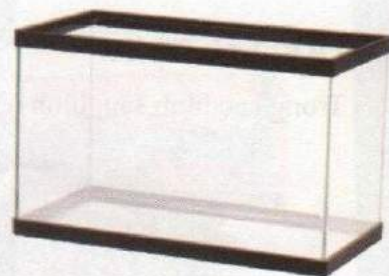
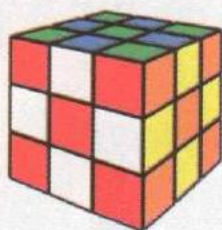
Hình hộp chữ nhật là hình trong không gian có 6 mặt là những hình chữ nhật.

Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là những hình vuông.



Ví dụ :

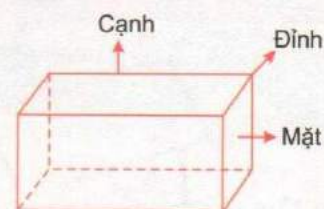
Hộp phấn, cục gạch, bể cá cảnh thường có dạng hình hộp chữ nhật ; hạt xí ngầu (xúc xắc), khối rubik đồ chơi, ... thường có dạng hình lập phương.



Hình hộp chữ nhật có 6 mặt, 8 đỉnh và 12 cạnh.

Hai mặt của hình hộp chữ nhật không có cạnh chung gọi là hai **mặt đối diện** và có thể xem chúng là hai **mặt đáy** của hình hộp chữ nhật, khi đó các mặt còn lại được xem là các **mặt bên**.

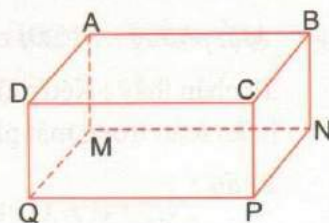
Hình lập phương có 6 mặt là 6 hình vuông bằng nhau.





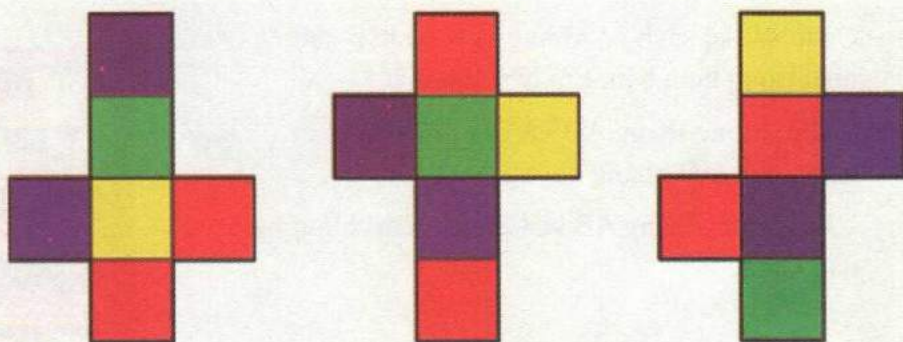
THỬ TÀI BẠN

Hãy kể tên những cạnh bằng nhau của hình hộp chữ nhật ABCD.MNPQ. Biết $DC = 5 \text{ cm}$, $CB = 4 \text{ cm}$, $BN = 3 \text{ cm}$ (xem hình bên). Tính các độ dài DP và CN.



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Trong ba hình phẳng dưới đây, bạn Hùng nói chỉ có hình đầu tiên có thể xếp thành hình lập phương. Bạn Mai nói cả ba đều có thể xếp thành hình lập phương. Theo em bạn nào đúng ?



♦ Mặt phẳng và đường thẳng

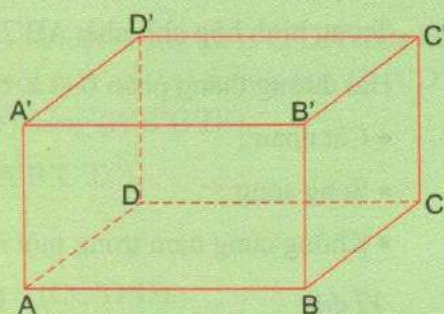
Hoạt động

3

Hãy điền vào chỗ chấm trong bảng sau :

Hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có :

... đỉnh	A; B; ...
... mặt đáy	(ABCD); ...
... mặt bên	(ABB'A'); (BCC'B'); ...
... cạnh	AB; ...



Ta có thể xem :

- Các đỉnh, ví dụ A, B, C, ... là các điểm trong không gian.
- Các cạnh, ví dụ như AB, BB', ... và phần kéo dài về hai đầu của mỗi cạnh như là các đường thẳng trong không gian.
- Mỗi mặt, ví dụ như hình chữ nhật ABCD, BB'C'C lần lượt là một phần của mặt phẳng (ABCD), (BB'C'C) (ta tưởng tượng mặt phẳng trải rộng về mọi phía).

Ghi chú :

Mặt phẳng $(ABCD)$ có thể ghi tắt là $mp(ABCD)$ hay $(ABCD)$ nếu không sợ làm lẫn.

Ta nhận thấy : Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm của một mặt phẳng thì đường thẳng đó nằm hoàn toàn trong mặt phẳng (nghĩa là mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng).

Ví dụ :

Đường thẳng đi qua hai điểm B và C nằm hoàn toàn trong $(BCC'B')$.

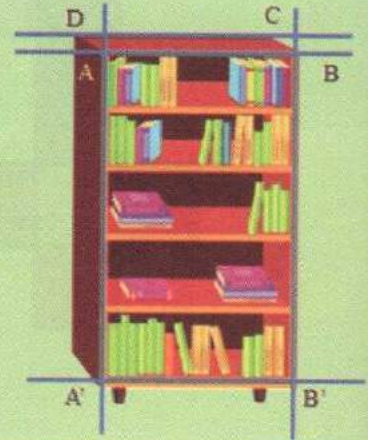
♦ Hai đường thẳng song song trong không gian

Hoạt động

4

Quan sát kệ sách có khung là hình hộp chữ nhật trong hình bên. Em hãy cho biết :

- Hai đường thẳng AB và CD có cùng nằm trong một mặt phẳng không ?
- Hai đường thẳng AB và CD có điểm chung nào không ?



Trong không gian, hai đường thẳng gọi là *song song* nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.

Ví dụ :

Trong hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, ta có : $AB \parallel CD$; $AA' \parallel BB'$.

Hai đường thẳng phân biệt a, b trong không gian có thể :

- Cắt nhau ;
- Song song ;
- Không cùng nằm trong một mặt phẳng nào.

Ví dụ :

Trong hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, ta có :

- AB và BB' cắt nhau ở B, chúng cùng nằm trong $(AA'B'B)$.
- $AA' \parallel BB'$, chúng cùng nằm trong $(AA'B'B)$.
- DC và BB' không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào.

Hai đường thẳng phân biệt, cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Ví dụ :

Trong hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có : DC và $A'B'$ song song vì chúng cùng song song với AB .



THỬ TÀI BẠN

Tìm các đường thẳng không song song trong hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

◆ Đường thẳng song song với mặt phẳng. Hai mặt phẳng song song

Hoạt động

5

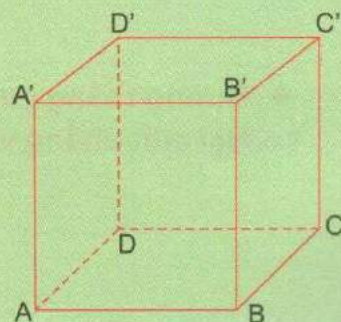
Quan sát hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Em hãy cho biết :

– AB có song song với $A'B'$ hay không ?

Vì sao ?

– AB có nằm trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$ hay không ?



Khi AB không nằm trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$ mà AB song song với một đường thẳng của mặt phẳng này, chẳng hạn $AB \parallel A'B'$, thì người ta nói AB song song với mặt phẳng $(A'B'C'D')$ và kí hiệu : $AB \parallel (A'B'C'D')$.



THỬ TÀI BẠN

Tìm trên hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ các đường thẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Cũng trên hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, quan sát $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ ta thấy :

Mặt phẳng $(ABCD)$ chứa hai đường thẳng cắt nhau AB, AD và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ chứa hai đường thẳng cắt nhau $A'B', A'D'$. Ngoài ra AB song song với $A'B'$ và AD song song với $A'D'$. Khi đó người ta nói *mặt phẳng* $(ABCD)$ *song song với mặt phẳng* $(A'B'C'D')$.

Kí hiệu : $mp(ABCD) \parallel mp(A'B'C'D')$ hoặc $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$.

Ví dụ :

Trong hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, ta có $(AA'B'B) \parallel (CC'D'D)$.



THỬ TÀI BẠN

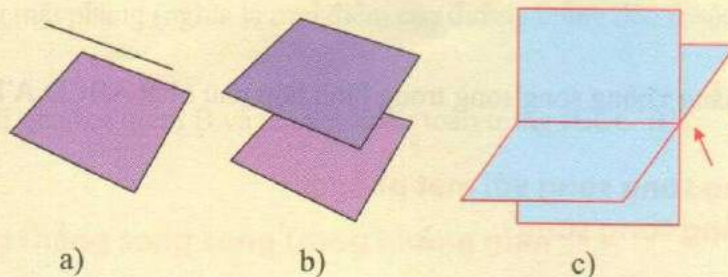
Trong hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, tìm mặt phẳng song song với $(AA'D'D)$.

Nhận xét :

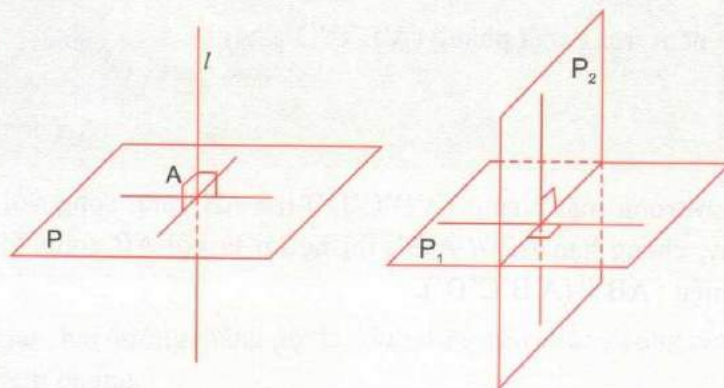
– Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì chúng không có điểm chung (hình a).

– Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung (hình b).

– Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có chung một đường thẳng đi qua điểm đó. Ta nói hai mặt phẳng này cắt nhau (hình c).

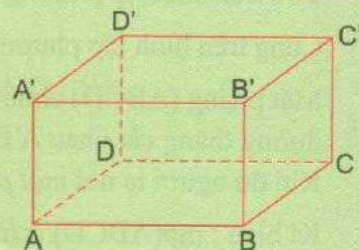


♦ **Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.
Hai mặt phẳng vuông góc**



Hoạt động 6

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Theo em thì đường thẳng AA' có vuông góc với hai đường thẳng AB và AD hay không? Hãy giải thích tại sao.



Nhận xét :

• Nếu đường thẳng AA' vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau AD và AB của mặt phẳng $(ABCD)$ thì ta nói AA' vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại điểm A và kí hiệu :

$$AA' \perp (ABCD).$$

• Nếu một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng tại điểm A thì nó vuông góc với mọi đường thẳng đi qua A và nằm trong mặt phẳng đó.

• Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc với nhau khi một trong hai mặt phẳng chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng còn lại.

Ví dụ :

(AA'B'B) chứa đường thẳng AA' và AA' \perp (ABCD) nên ta nói hai mặt phẳng (AA'B'B) và (ABCD) vuông góc với nhau và kí hiệu : (AA'B'B) \perp (ABCD).



THỬ TÀI BẠN

Tim trên hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' :

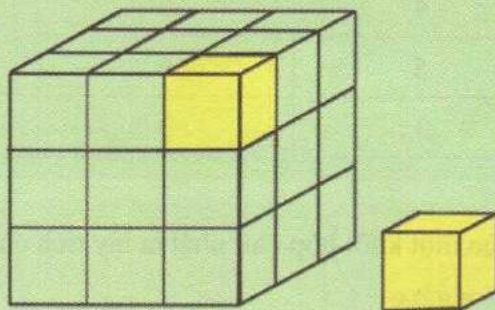
- Các đường thẳng vuông góc với (AA'B'B).
- Các mặt phẳng vuông góc với (AA'B'B).



THỂ TÍCH HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

Hoạt động 7

Em hãy đếm xem hình lập phương lớn có bao nhiêu hình lập phương nhỏ ?



Khối lập phương nhỏ cạnh là 1 cm được gọi là *khối lập phương đơn vị* và có sức chứa (thể tích) là 1 cm^3 .

Theo em thể tích của khối lập phương lớn là bao nhiêu cm^3 ?

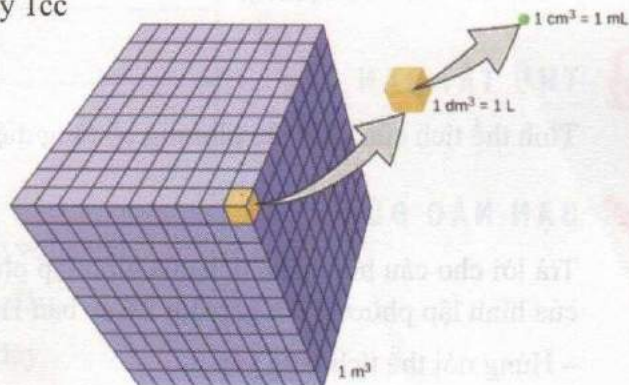
Thể tích của một hình lập phương có cạnh dài 1 m là 1 m^3 .

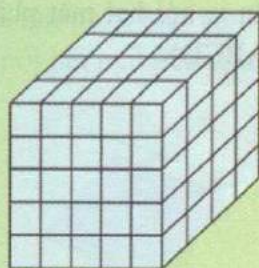
Thể tích của một hình lập phương có cạnh dài 1 dm là 1 dm^3 hay 1 lít.

Ta có : $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ lít}$;

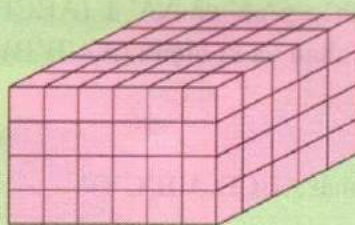
$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ lít} = 1000 \text{ cm}^3$.

Ghi chú : 1 cm^3 còn gọi là một phân khối hay 1cc (viết tắt của Cubic Centimetre).

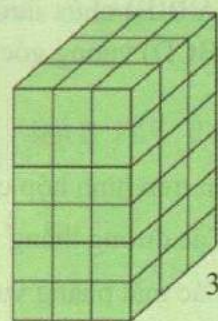




1)



2)



3)

Tính thể tích của các khối hộp chữ nhật trên khi biết ba kích thước của chúng :

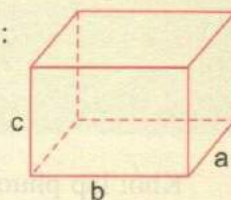
KHỐI HỘP CHỮ NHẬT	BA KÍCH THƯỚC			THỂ TÍCH (cm^3)
	a (cm)	b (cm)	c (cm)	
1	4	5	5	
2	5	6	4	
3	3	3	6	

Muốn tìm thể tích của một khối hộp chữ nhật ta lấy tích của ba kích thước :

$$V = a.b.c$$

Muốn tìm thể tích của một khối lập phương ta lấy lập phương một cạnh :

$$V = a^3$$



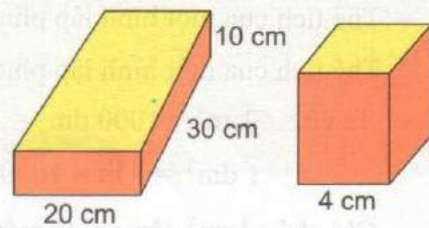
Ví dụ :

a) Một khối hộp có ba kích thước 30 cm, 20 cm, 10 cm sẽ có thể tích là :

$$V = a.b.c = 30 \times 20 \times 10 = 6000 (\text{cm}^3) = 6 \text{ dm}^3.$$

b) Một khối lập phương có cạnh 4 cm sẽ có thể tích là :

$$V = a^3 = 4^3 = 64 (\text{cm}^3).$$



THỬ TÀI BẠN

Tính thể tích của khối lập phương có tổng diện tích các mặt là 24 cm^2 .



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Trả lời cho câu hỏi : Thể tích của hình lập phương sẽ tăng lên gấp mấy lần khi tăng các cạnh của hình lập phương lên gấp đôi ? Các bạn Hùng, Lan và Mai có các trả lời như sau :

- Hùng nói thể tích tăng gấp 2.

– Lan nói thể tích tăng gấp 3.

– Mai nói thể tích tăng gấp 8.

Theo em, bạn nào đúng ?

HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

Hoạt động 10

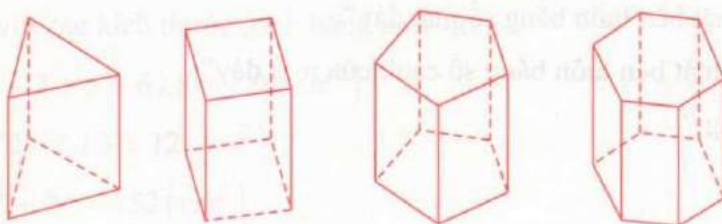
Đáy và nắp của cái hộp gỗ trong hình là đa giác có mấy cạnh ? Các mặt bên của hộp là hình gì ?



Hình lăng trụ đứng là hình không gian có hai đáy là hai đa giác bằng nhau và mặt bên là các hình chữ nhật.

Ví dụ :

Lăng trụ đứng đáy tam giác, tứ giác, ngũ giác và lục giác.



- Hình hộp chữ nhật, hình lập phương cũng là những hình lăng trụ đứng.
- Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành được gọi là *hình hộp đứng*.
- Hình lăng trụ đứng $ABCDE.A'B'C'D'E'$ có các thành phần sau :

Đỉnh	$A, B, C, D, E, A', B', C', D', E'$
Mặt đáy	$ABCDE, A'B'C'D'E'$
Mặt bên	$AA'B'B, BB'C'C, \dots$
Cạnh bên	AA', BB', CC', \dots

Trong một hình lăng trụ đứng :

- Hai mặt phẳng chứa hai đáy luôn song song với nhau.
- Các cạnh bên vuông góc với hai mặt phẳng đáy.
- Các mặt bên vuông góc với hai mặt phẳng đáy.

- Các cạnh bên song song và bằng nhau.
- Độ dài của một cạnh bên được gọi là *chiều cao*.

Chú ý :

- Khi vẽ hình chữ nhật trên mặt phẳng trong không gian, ta thường vẽ thành hình bình hành.
- Các cạnh song song vẽ thành các đoạn thẳng song song.
- Các cạnh vuông góc có thể không vẽ thành các đoạn thẳng vuông góc mà chỉ cần ghi kí hiệu vuông góc lên hình vẽ.



THỬ TÀI BẠN

Thanh kẹo, cây bút chì màu có hình lăng trụ. Em hãy chỉ ra đâu là mặt đáy, đâu là mặt bên của các hình lăng trụ đó.



BẠN NÀO ĐÚNG ?

Trong một hình lăng trụ :

- Bạn Mai nói : “Số mặt bên luôn bằng số mặt đáy”.
- Bạn Hùng nói : “Số mặt bên luôn bằng số cạnh của một đáy”.

Theo em, bạn nào đúng ?

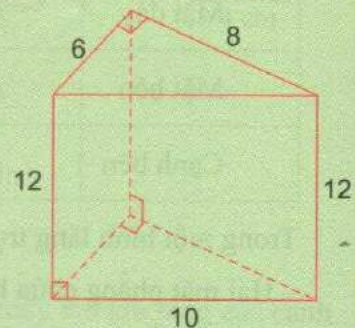


DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

Hoạt động 11

Cho lăng trụ đứng có kích thước (cm) được ghi trong hình. Em hãy tính các diện tích theo yêu cầu và ghi vào bảng sau :

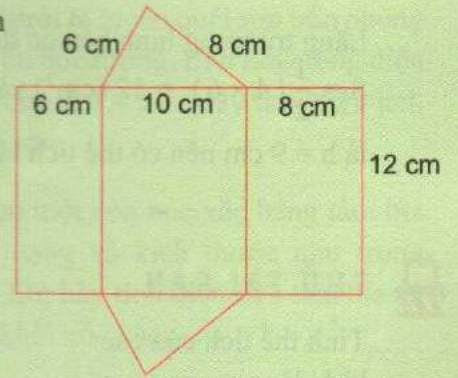
Diện tích mặt bên thứ 1	
Diện tích mặt bên thứ 2	
Diện tích mặt bên thứ 3	
Tổng diện tích các mặt bên	
Diện tích một đáy	
Tổng diện tích các mặt bên và hai đáy	



Hoạt động 12

Các mặt của hộp giấy hình lăng trụ đứng có đáy là một tam giác vuông sau khi trải phẳng có kích thước được ghi trong hình. Em hãy tính :

- Chu vi tam giác đáy ;
- Tổng diện tích các mặt bên ;
- Diện tích tam giác đáy ;
- Tổng diện tích các mặt bên và hai mặt đáy ;
- So sánh với kết quả đã tìm được trong hoạt động 11.



Diện tích xung quanh của lăng trụ đứng bằng tổng diện tích của các mặt bên.

Diện tích toàn phần của lăng trụ đứng bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích hai đáy : $S_{tp} = S_{xq} + S_{2 \text{ đáy}}$

Muốn tìm diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng, ta lấy chu vi đáy nhân với chiều cao : $S_{xq} = 2ph$

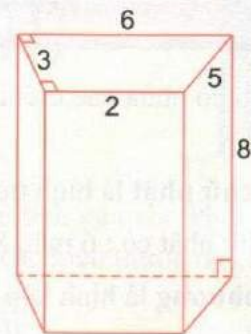
Ví dụ :

Lăng trụ với các kích thước (tính bằng cm) có :

$$S_{xq} = (2 + 3 + 5 + 6) \cdot 8 = 128 (cm^2)$$

$$S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2} (2 + 6) \cdot 3 = 12 (cm^2)$$

$$S_{tp} = 128 + 24 = 152 (cm^2)$$



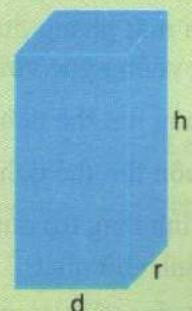
THỂ TÍCH CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

Hoạt động 13

Cho lăng trụ đứng có chiều cao h và có đáy là hình chữ nhật với hai cạnh là d, r .

Lăng trụ trên có phải là hình hộp chữ nhật hay không ?

Tính diện tích đáy S theo d và r .



Như vậy, ta có được thể tích khối lăng trụ đứng bằng diện tích đáy nhân với chiều cao :

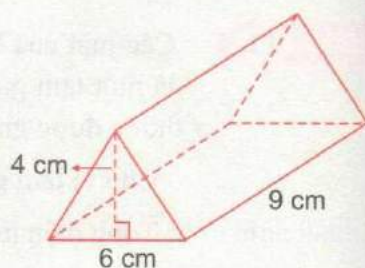
$$V = S \cdot h$$

Ví dụ

Lăng trụ trong hình bên có diện tích đáy là

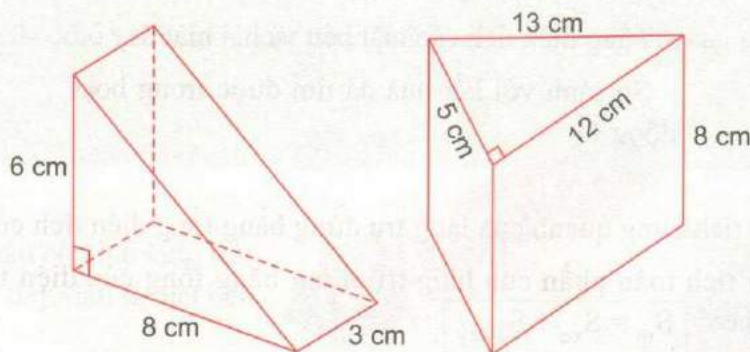
$$S = \frac{1}{2}(4 \times 6) = 12 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ và có chiều cao}$$

là $h = 9 \text{ cm}$ nên có thể tích là $V = S.h = 12 \times 9 = 108 \text{ (cm}^3\text{)}$.



THỬ TÀI BẠN

Tính thể tích của các khối lăng trụ sau :



GHI NHỚ

1. Những hình có chứa các điểm không cùng nằm trong một mặt phẳng được gọi là những **hình không gian**.

2. **Hình hộp chữ nhật** là hình trong không gian có 6 mặt là những hình chữ nhật.

Hình hộp chữ nhật có : 6 mặt, 8 đỉnh và 12 cạnh.

3. **Hình lập phương** là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là những hình vuông.

4. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì chúng không có điểm chung.

5. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.

6. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có chung một đường thẳng đi qua điểm đó. Ta nói hai mặt phẳng này cắt nhau.

7. Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc với nhau khi một trong hai mặt phẳng chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng còn lại.

8. Muốn tìm thể tích của một khối hộp chữ nhật ta lấy tích của ba kích thước : $V = abc$

9. Muốn tìm thể tích của một khối lập phương ta lấy lập phương một cạnh : $V = a^3$

10. Hình lăng trụ đứng là hình trong không gian có hai đáy là hai đa giác bằng nhau và mặt bên là các hình chữ nhật.

11. Muốn tìm diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng, ta lấy chu vi đáy nhân với chiều cao :

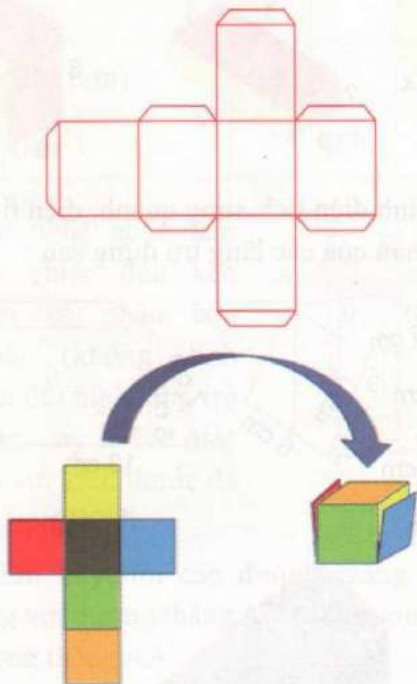
$$S_{xq} = 2ph \text{ (p : nửa chu vi đáy, h : chiều cao)}$$

12. Muốn tìm thể tích một khối lăng trụ đứng, ta lấy diện tích đáy nhân với chiều cao :

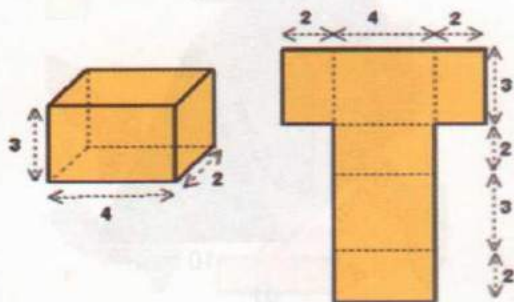
$$V = S.h$$

BÀI TẬP

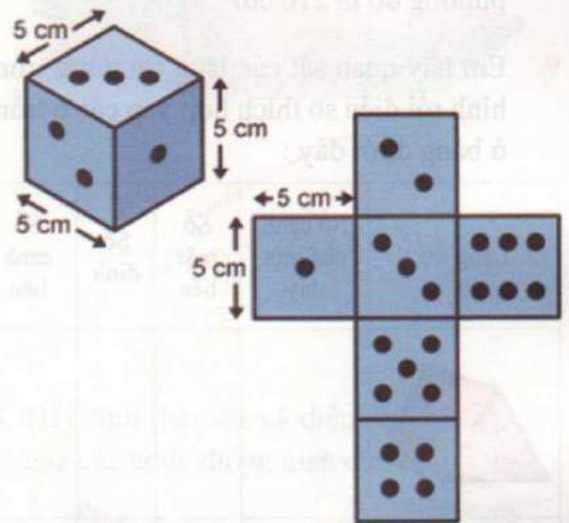
1. Em hãy vẽ và cắt hình sau đây trên một miếng bìa, gấp theo các cạnh của các hình vuông. Phết hồ vào phần hình thang và tìm cách ghép miếng bìa thành khối lập phương.



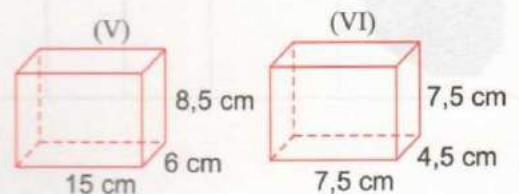
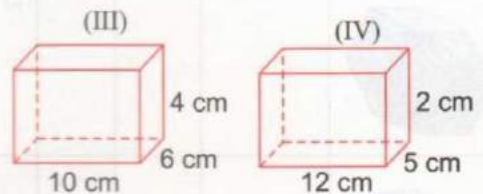
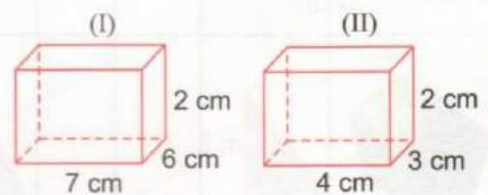
2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi tên các cạnh lần lượt có cùng độ dài với cạnh AB , BC , AA_1 .
3. Hãy gấp tấm bìa thành một khối hộp chữ nhật. Tính diện tích toàn phần và thể tích của khối hộp (các độ dài trong hình được tính theo cm).



4. Một phòng học dài 8 m, rộng 6 m và cao 3,5 m. Người ta muốn quét sơn trần phòng học và bốn bức tường. Biết rằng tổng diện tích các cửa là $6,4 \text{ m}^2$. Hãy tính diện tích cần quét sơn.
5. Hùng làm một con xúc xắc bằng tấm bìa có hình dạng và kích thước như trong hình vẽ. Em hãy tính diện tích tấm bìa và thể tích khối xúc xắc.



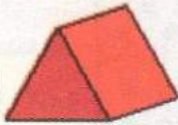


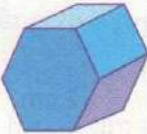

6. Tính thể tích của các khối hộp chữ nhật sau với các kích thước đã cho trên hình :



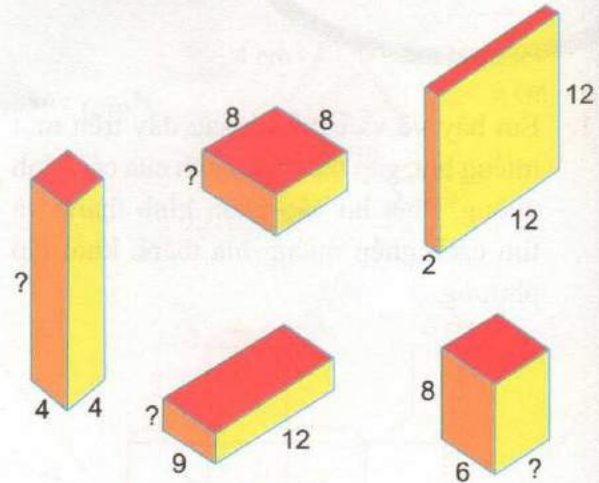
7. Đường chéo của một hình hộp chữ nhật là đoạn nối hai đỉnh không thuộc bất cứ mặt bên hay mặt đáy nào. Chứng minh rằng độ dài đường chéo d được tính theo ba kích thước a, b, c bởi công thức :

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

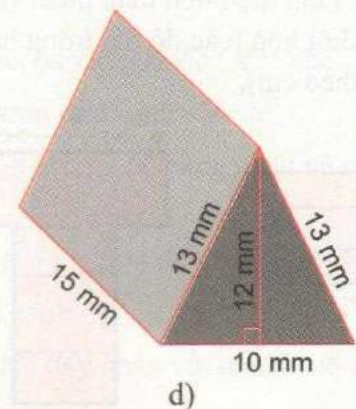
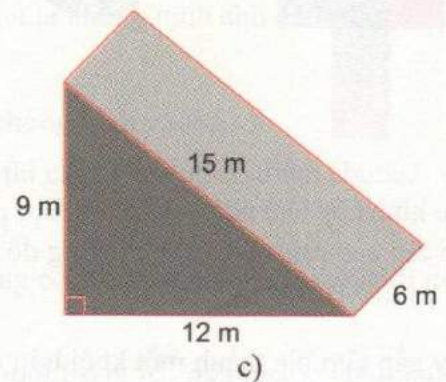
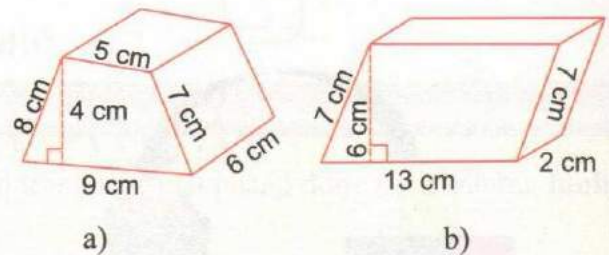
8. Tính thể tích của một hình lập phương, biết rằng diện tích toàn phần của hình lập phương đó là 216 cm^2 .
9. Em hãy quan sát các lăng trụ đứng trong hình rồi điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng dưới đây :

Lăng trụ	Số cạnh của một đáy	Số mặt bên	Số đỉnh	Số cạnh bên
				
				
				
				
				

10. Các khối hộp chữ nhật sau có cùng thể tích. Em hãy tìm các kích thước còn thiếu.



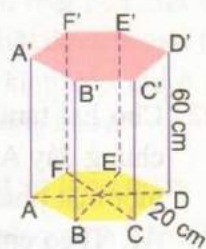
11. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của các lăng trụ đứng sau :



12. Cho hình lăng trụ đứng có chiều cao h và đáy là tam giác với độ dài ba cạnh là a, b, c . Hãy điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng sau :

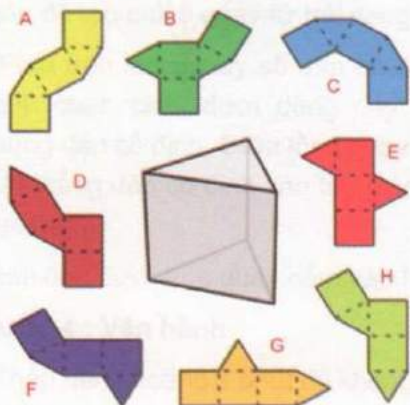
a (cm)	2	4	5	11
b (cm)	3	4	12	
c (cm)	4		14	8
h (cm)	7	8		15
Chu vi đáy (cm)		15		28
S_{xq} (cm ²)			279	

13. Một nghệ nhân làm một chiếc đèn kéo quân có phần bên ngoài (không tính chân đế) hình lăng trụ đứng, đáy là lục giác đều với kích thước đã ghi trong hình.



- a) Em hãy tìm các đường thẳng song song với đường thẳng AB ; song song với đường thẳng AA' .
- b) Tính diện tích giấy bóng kính cần dùng để bọc xung quanh đèn.

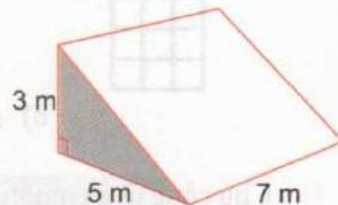
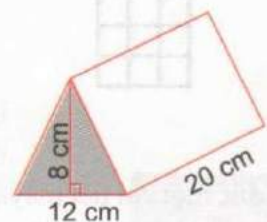
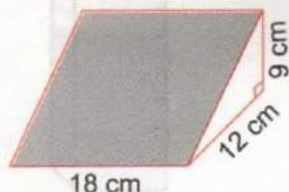
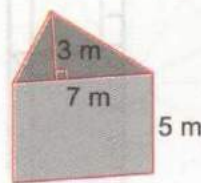
14. Trong các hình phẳng xung quanh (xem hình sau), hình nào có thể được gấp thành hình lăng trụ ở chính giữa ?



15. Gàu xúc của một xe xúc đất được mô tả như một lăng trụ đứng đáy tam giác với kích thước đã cho trên hình. Em hãy tính xem để xúc hết đồng cát 40 m³, xe phải xúc ít nhất bao nhiêu gàu ?

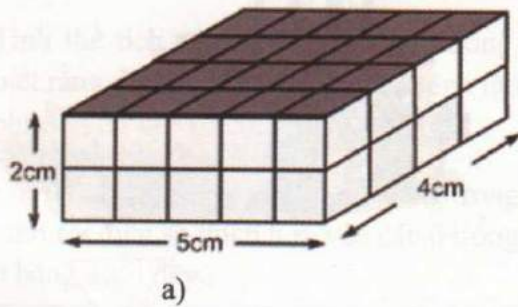


16. Hãy tính thể tích và diện tích toàn phần của các hình không gian dưới đây.

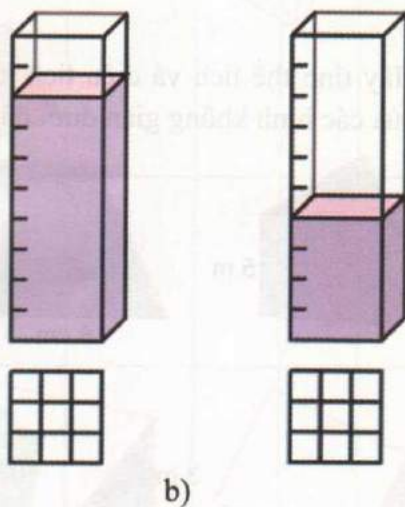


LUYỆN TẬP

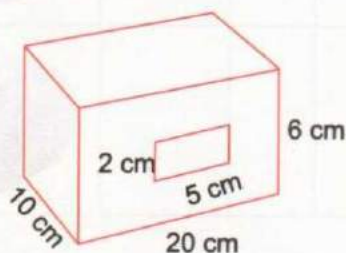
17. Tính thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước đã cho trong hình a :



18. So sánh thể tích nước trong hai cái bình ở hình b.

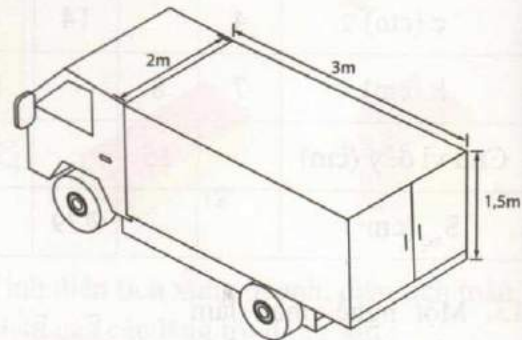


19. Chú công nhân muốn đúc một chi tiết máy bằng thép có hình dáng và kích thước như trong hình vẽ. Em hãy tính thể tích thép cần có để đúc.

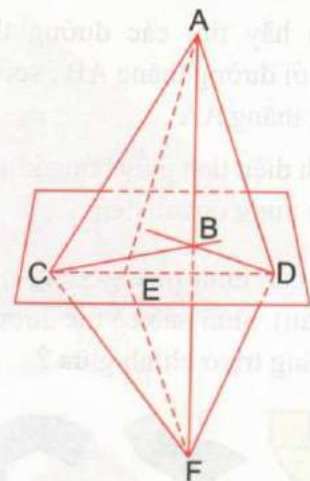


20. Diện tích toàn phần của một hình lập phương là 486 m^2 thì thể tích của nó là bao nhiêu ?

21. Một cái xe chở hàng có thùng xe dạng hình hộp chữ nhật với kích thước như trong hình. Hãy tính thể tích và diện tích toàn phần của thùng xe.



22. Cho hai tam giác cân CAF và DAF có chung đáy AF và không cùng nằm trong một mặt phẳng, cho B là trung điểm của AF. Theo em, đường thẳng CB có vuông góc với (DAF) không ? Tại sao ?



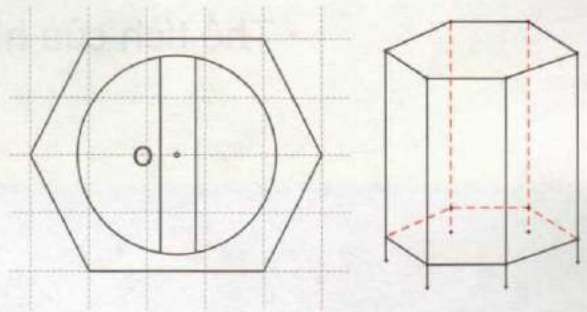
BẠN CÓ BIẾT ?**LÀM LỒNG ĐÈN KÉO QUÂN LĂNG TRỤ LỤC GIÁC ĐỀU**

Để làm một cái lồng đèn kéo quân gồm có 4 bước :

Bước 1 : Làm thân đèn hình lăng trụ lục giác đều

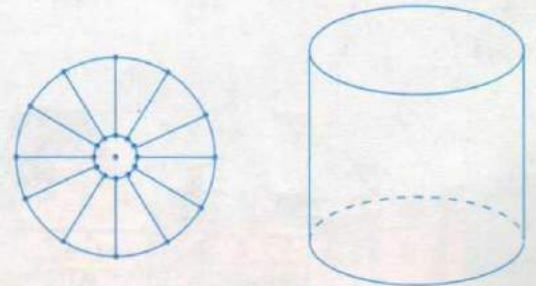
- Dùng bìa cứng làm hai đáy trên và dưới hình lục giác đều. Mỗi đáy có 1 thanh ngang bằng nhôm mỏng chịu lực, ngay giữa có đục lỗ để làm tâm chịu trục quay, thanh dưới có làm hai chân cắm nền.

- Dùng bìa cứng làm sáu mặt bên của lăng trụ. Mỗi mặt bên hình chữ nhật được khoét bỏ phần trong để dán giấy bóng kính vào tạo ô để nhìn thấy hình ảnh bên trong lồng quay.

**Bước 2 : Làm cánh quạt và lồng quay**

- Cánh quạt làm to vừa bằng hình tròn bên trong cắt ra từ mặt nắp. Dùng tờ giấy mỏng dán thành lồng quay hình trụ có bán kính đáy nhỏ hơn bán kính cánh quạt. Phần cánh quạt chia ra làm 12 cánh, mỗi cánh cách tâm khoảng 3 cm.

- Vẽ trang trí hình ảnh trên lồng quay.

**Bước 3 : Lắp ráp**

- Cánh quạt sẽ cố định vào khung bìa cứng.

- Dùng kim bấm giấy gắn cố định các cánh quạt vào khung này, phải làm thật tròn, mỗi cánh nghiêng khoảng 30 độ, phía bên trái cao, bên phải thấp để tạo chiều quay từ trái sang phải.

- Phía trên lồng quay sẽ dán cố định vào khung cánh quạt, phía dưới dùng dây kẽm nhỏ làm khung dán cố định. Giữa lồng quay dùng dây kẽm thật thẳng dán cố định vào tâm cánh quạt để làm trục quay.

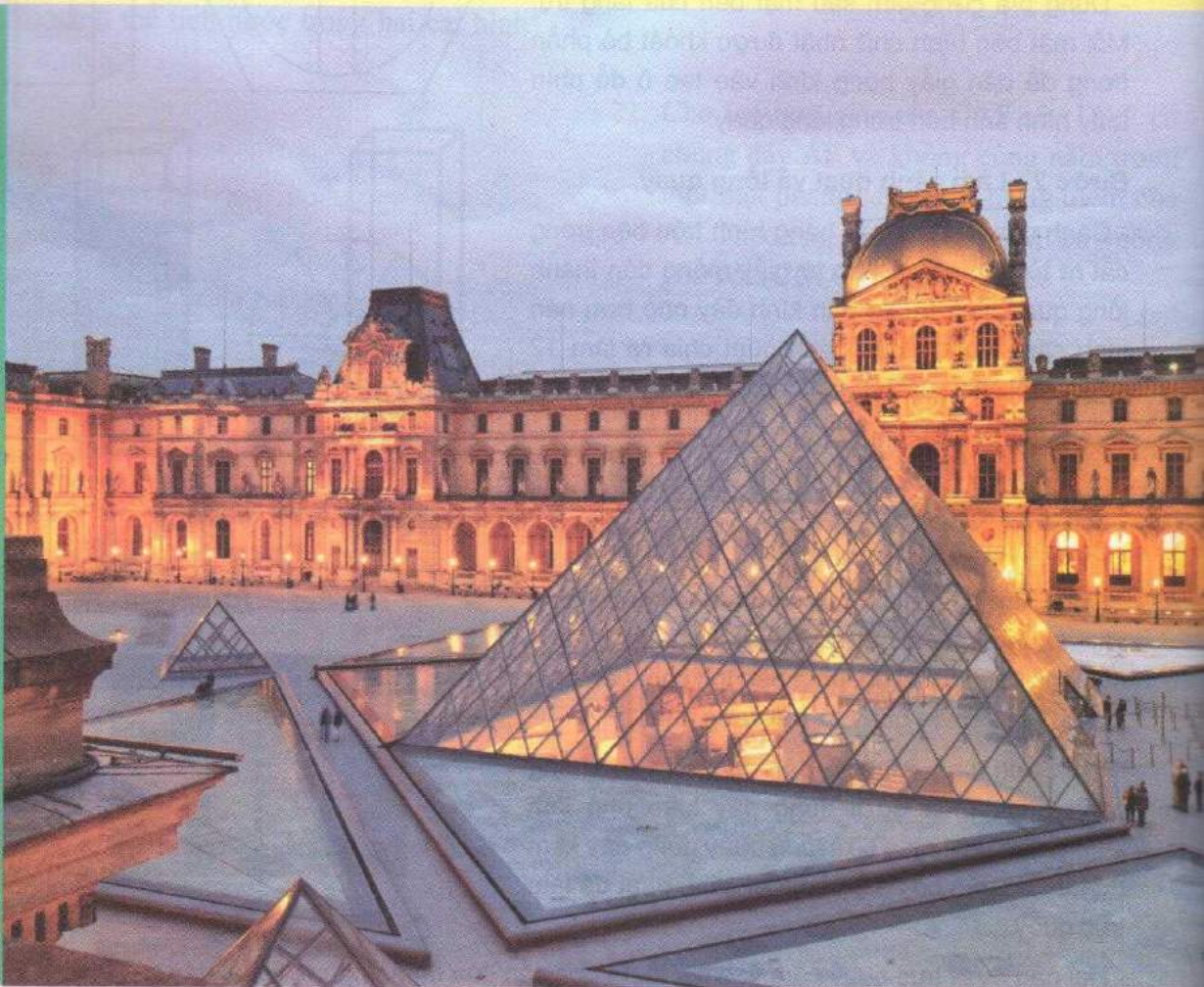
- Hai đầu dưới trục quay cắm vào hai lỗ đã đục sẵn của thanh ngang ở hai đáy.

**Bước 4 : Vận hành**

- Thắp nến khoảng 1 phút để không khí bên trong đèn ấm lên rồi mới cho lồng quay vào, để tránh sức nóng làm cháy cánh quạt ta dùng tay quay tạo trơn cho lồng quay đều.

HÌNH CHÓP ĐỀU

- Hình chóp đều và hình chóp cụt đều
- Diện tích xung quanh của hình chóp đều
- Thể tích của hình chóp đều



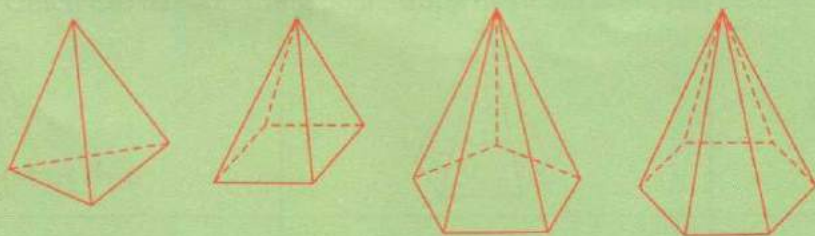
Toà nhà bằng kính trước bảo tàng Louvre (Paris) có dạng hình chóp.



HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

Hình chóp

Hoạt động 1



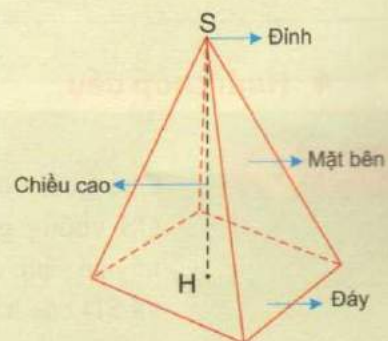
Quan sát các hình không gian trên đây, em hãy cho biết :

- Mặt đáy của chúng lần lượt là những hình gì ?
- Mặt bên của chúng là hình gì ?

- Hình chóp là hình không gian có mặt đáy là một đa giác và các mặt bên là những tam giác có chung một đỉnh. Đỉnh chung này gọi là *đỉnh* của hình chóp.

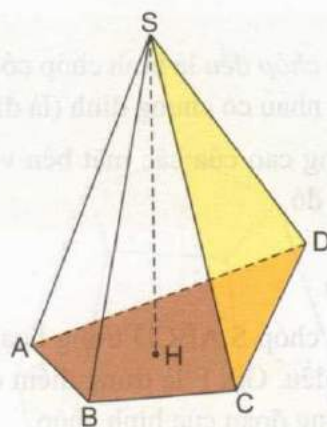
- Gọi S là đỉnh hình chóp, SH là đường thẳng vuông góc và cắt mặt đáy tại H. Đường SH gọi là *đường cao*. Độ dài đoạn SH gọi là *chiều cao* hình chóp.

- Nếu hình chóp có đáy là tam giác, tứ giác, ngũ giác v.v... thì hình chóp đó lần lượt được gọi là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, hình chóp ngũ giác v.v...



Ví dụ

S.ABCD là một hình chóp tứ giác, đỉnh là S, mặt đáy là tứ giác ABCD, các mặt bên là SCD, SAD, SAB, SBC và chiều cao là độ dài đoạn SH.





THỬ TÀI BẠN

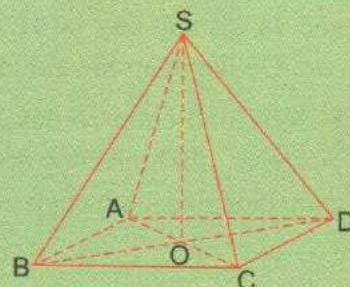
Quan sát các hình chóp sau và điền vào chỗ trống trong bảng :

	Chóp ngũ giác	Chóp lục giác
Hình vẽ		
Đáy là hình		
Mặt bên là hình		
Số cạnh đáy		
Số cạnh bên		
Số mặt bên		

◆ Hình chóp đều

Hoạt động 2

Cho hình vuông ABCD có tâm O, vẽ đoạn OS vuông góc với mặt phẳng ABCD. Em hãy so sánh độ dài các cạnh bên SA, SB, SC và SD của hình chóp S.ABCD.

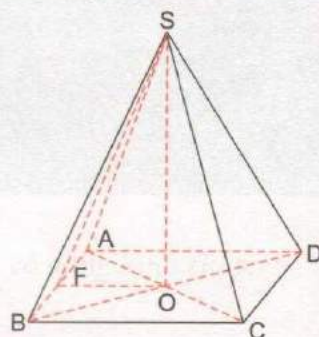


Hình chóp đều là hình chóp có mặt đáy là một đa giác đều, các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh (là đỉnh của hình chóp).

Đường cao của các mặt bên vẽ từ đỉnh của hình chóp đều được gọi là *trung đoạn* của hình chóp đó.

Ví dụ

Hình chóp S.ABCD trong hoạt động trên là hình chóp tứ giác đều. Gọi F là trung điểm của cạnh AB ta có đoạn SF là trung đoạn của hình chóp.





BẠN NÀO ĐÚNG ?

Cho một hình chóp đều.

Bạn Hùng nói : Cạnh bên dài hơn trung đoạn, trung đoạn dài hơn chiều cao.

Bạn Mai nói : Chiều cao dài hơn trung đoạn, trung đoạn dài hơn cạnh bên.

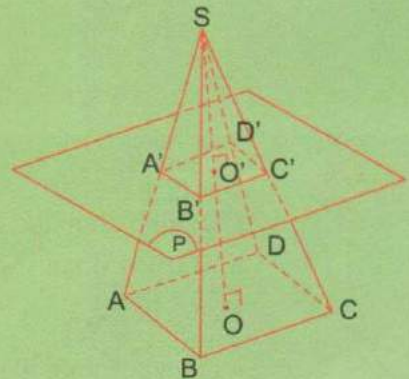
Bạn nào đúng ?

◆ Hình chóp cắt đều

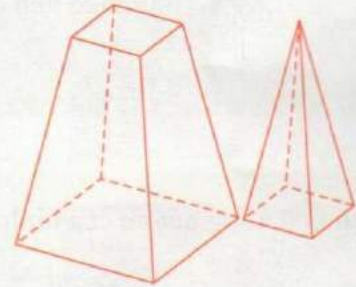
Hoạt động

3

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, vẽ mặt phẳng $(A'B'C'D')$ đi qua trung điểm của các cạnh bên. Theo em hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ có song song với nhau hay không ?



Cắt hình chóp đều bằng một mặt phẳng song song với đáy. Phần hình chóp nằm giữa mặt phẳng đó và mặt phẳng đáy của hình chóp gọi là hình chóp cắt đều.

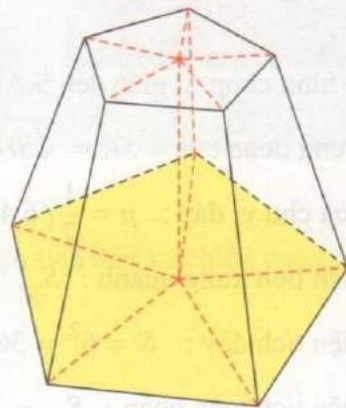


Chú ý :

Mỗi mặt bên của hình chóp cắt đều là một hình thang cân.

THỬ TÀI BẠN

Đặt tên các đỉnh và gọi tên hình chóp cắt bên :



Hình chóp cắt ngũ giác đều

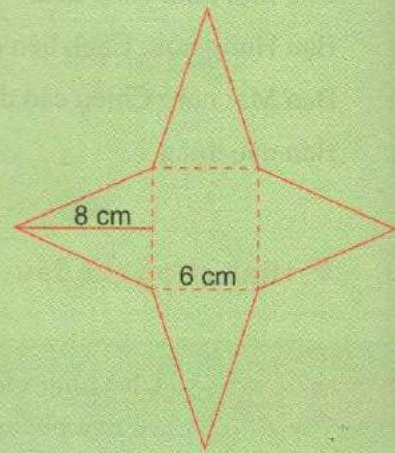


DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH CHÓP ĐỀU

Hoạt động 4

Hình bên được ghép bởi một hình vuông và bốn tam giác cân bằng nhau với kích thước đã cho trên hình.

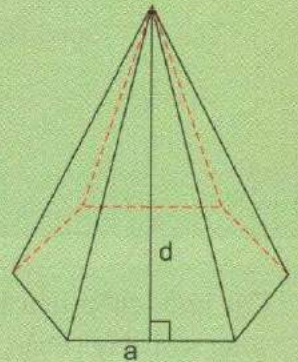
- Em hãy tính tổng diện tích của các hình đã cho.
- Cắt theo đường màu đen rồi gấp theo đường nét đứt, thử đoán xem em có thể xếp thành hình không gian gì?



Hoạt động 5

Cho hình chóp lục giác đều có cạnh đáy bằng a và trung đoạn là d . Tính :

- Chu vi đáy ;
- Diện tích một mặt bên ;
- Tổng diện tích các mặt bên.



Diện tích xung quanh của hình chóp đều bằng tích của nửa chu vi đáy với trung đoạn :

$$S_{xq} = pd \quad (p \text{ là nửa chu vi đáy, } d \text{ là trung đoạn})$$

Diện tích toàn phần của hình chóp bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy :

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}$$

Ví dụ :

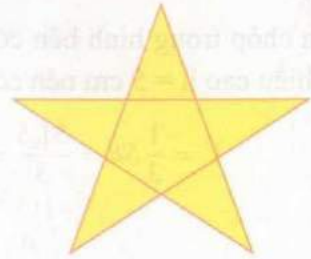
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy 6 cm và chiều cao 4 cm. Ta có :

- Trung đoạn : $d = SK = \sqrt{SH^2 + HK^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ (cm)}$
- Nửa chu vi đáy : $p = \frac{1}{2}(6.4) = 12 \text{ (cm)}$
- Diện tích xung quanh : $S_{xp} = dp = 5.12 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$
- Diện tích đáy : $S = 6^2 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$
- Diện tích toàn phần : $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 60 + 36 = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$



THỬ TÀI BẠN

Ngôi sao trong hình gồm một ngũ giác đều có diện tích 30 cm^2 và 5 tam giác cân mỗi tam giác có diện tích 20 cm^2 . Em hãy xếp ngôi sao thành một hình chóp. Hãy gọi tên và tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình chóp đó.



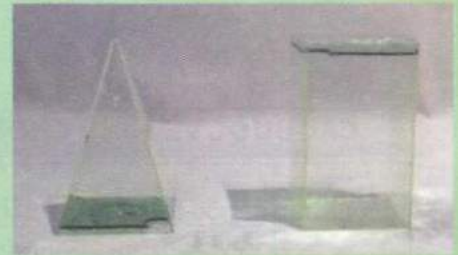
THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP ĐỀU

Hoạt động

6

Bạn Lan làm thí nghiệm sau :

Bước 1 : Lấy một hình lăng trụ và một hình chóp rỗng, có cùng đáy và chiều cao.



Bước 2 : Đổ đầy nước vào hình chóp.



Bước 3 : Rót hết nước từ hình chóp vào lăng trụ.

Bước 4 : Tiếp tục làm như bước 2 và 3, được ba lần thì hình lăng trụ đầy nước.

Qua thí nghiệm trên, em có kết luận gì về tỉ số thể tích của hai hình trên ?



Người ta chứng minh được :

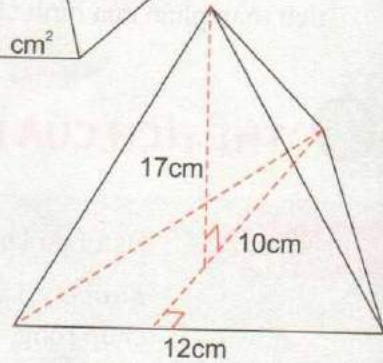
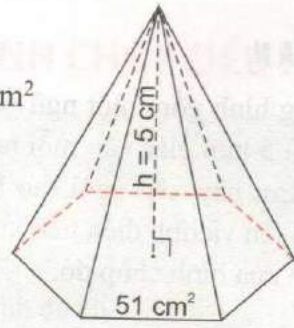
Thể tích của một khối chóp bằng một phần ba tích của diện tích đáy và chiều cao :

$$V = \frac{1}{3} S.h$$

Ví dụ :

Hình chóp trong hình bên có diện tích đáy $S = 51 \text{ cm}^2$ và chiều cao $h = 5 \text{ cm}$ nên có thể tích :

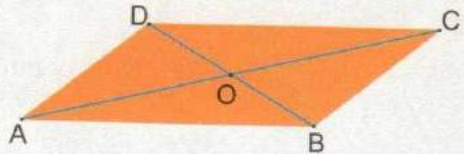
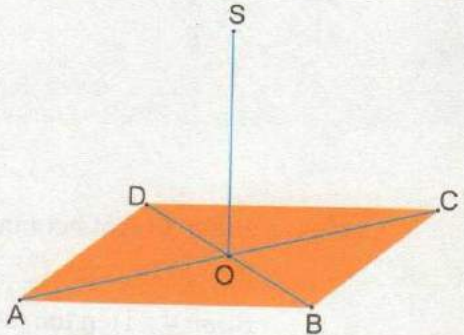
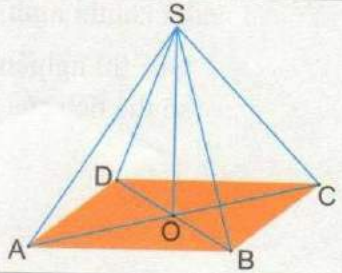
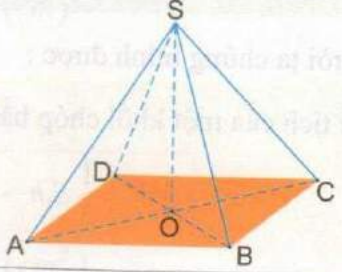
$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{51 \cdot 5}{3} = \frac{255}{3} = 85 (\text{cm}^3).$$



THỬ TÀI BẠN

Tính thể tích khối chóp tam giác ở hình bên.

CÁC BƯỚC VẼ HÌNH CHÓP ĐỀU

Bước	Vẽ	Minh họa
1	Vẽ đáy là một đa giác đều với O là tâm đường tròn ngoại tiếp.	
2	Vẽ đoạn SO vuông góc với mặt phẳng đáy.	
3	Vẽ các cạnh bên bằng cách nối đỉnh S với các đỉnh của đa giác đáy.	
4	Vẽ lại các cạnh khuất bằng các đoạn không liền nét.	

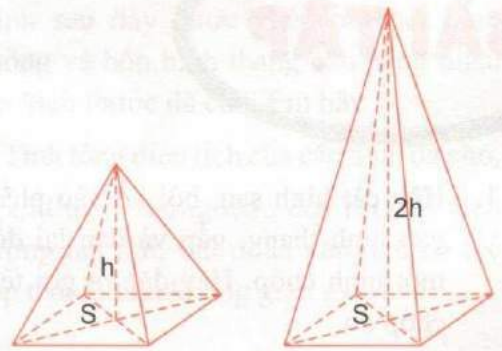


BẠN NÀO ĐÚNG ?

Điều gì sẽ xảy ra khi một khối chóp giữ nguyên đáy và tăng chiều cao gấp hai lần ?

- Lan nói thể tích khối chóp sẽ tăng gấp 2.
- Hùng nói thể tích khối chóp sẽ tăng gấp 4.
- Dũng nói thể tích khối chóp sẽ tăng gấp 8.

Bạn nào đúng ?



GHI NHỚ

1. Hình chóp là hình trong không gian có mặt đáy là một đa giác và các mặt bên là những tam giác có chung một đỉnh. Đỉnh chung này gọi là đỉnh của hình chóp.
2. Khoảng cách từ đỉnh xuống mặt phẳng đáy gọi là chiều cao của hình chóp.
3. Nếu hình chóp có đáy là tam giác, tứ giác, ngũ giác, v.v... thì nó lần lượt được gọi là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, hình chóp ngũ giác v.v...
4. Hình chóp đều là hình chóp có mặt đáy là một đa giác đều, các mặt bên là những tam giác cân có chung đỉnh là đỉnh của hình chóp.
5. Đường cao vẽ từ đỉnh chung của mỗi mặt bên của hình chóp đều được gọi là trung đoạn của hình chóp đó.
6. Cắt hình chóp đều bằng một mặt phẳng song song với đáy. Phần hình chóp nằm giữa mặt phẳng đó và mặt phẳng đáy của hình chóp gọi là hình chóp cụt đều.
7. Diện tích xung quanh của hình chóp đều bằng tích của nửa chu vi đáy với trung đoạn :

$$S_{xq} = pd$$

8. Diện tích toàn phần của hình chóp bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy :

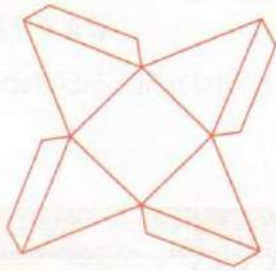
$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}$$

9. Thể tích của một khối chóp bằng một phần ba tích của diện tích đáy và chiều cao

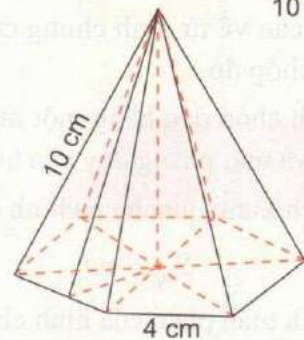
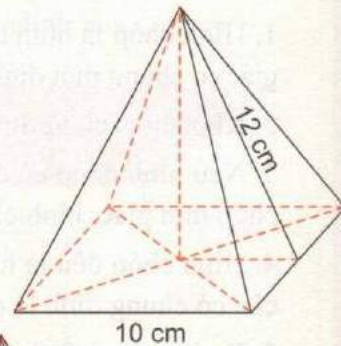
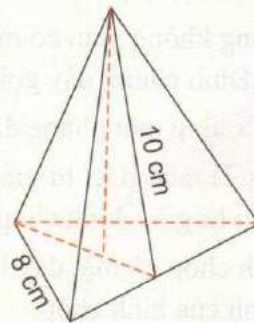
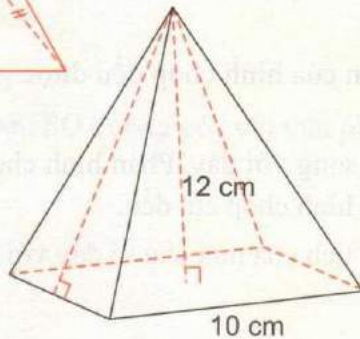
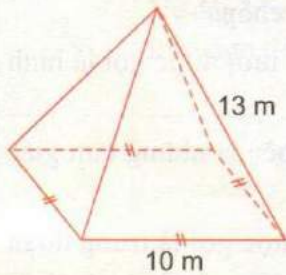
$$V = \frac{1}{3} Sh$$

BÀI TẬP

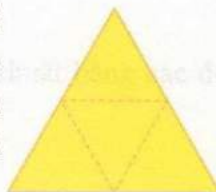
1. Hãy cắt hình sau, bôi hồ vào phần mép gấp hình thang, gấp và dán lại để được một hình chóp. Hãy đặt và gọi tên hình chóp đó.



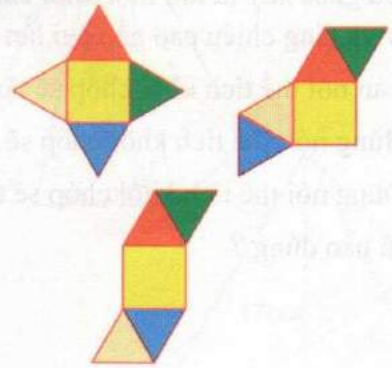
2. Tính diện tích xung quanh của các hình chóp tứ giác đều sau đây :



3. Tính thể tích của một hình chóp tam giác đều, biết chiều cao của hình chóp là 8 cm, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy bằng 12 cm.
4. Tam giác đều lớn có cạnh là 8 cm. Khi gấp tam giác theo đường có gạch chấm, em có thể tạo thành hình chóp được không? Tính diện tích toàn phần hình chóp đó.



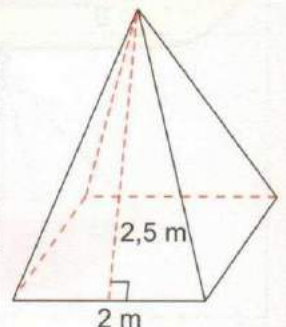
5. Trong các hình sau, hình nào có thể gấp được thành hình chóp tứ giác đều ?



6. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của các hình chóp đều với kích thước đã cho trên hình sau đây :

7. Bác Lan muốn may một cái lều cắm trại bằng vải bạt có dạng hình chóp tứ giác đều với kích thước đã cho trên hình. Em hãy cho biết :

- a) Bác Lan phải dùng ít nhất bao nhiêu m^2 vải bạt ?
b) Thể tích không khí trong lều sau khi làm xong ?

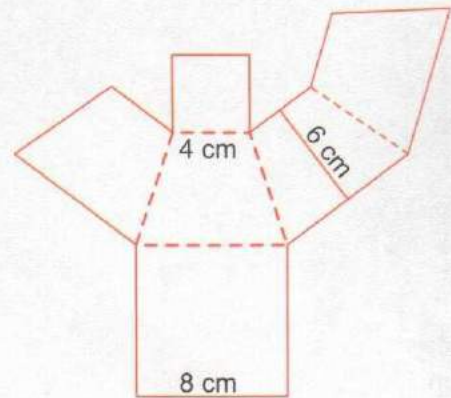


LUYỆN TẬP

8. Tính diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều có cạnh bên dài 20 cm, và cạnh đáy dài 10 cm.
9. Tính diện tích toàn phần của :
 - a) Hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 10 cm.
 - b) Hình chóp lục giác đều, biết cạnh đáy $a = 12$ cm, cạnh bên $b = 20$ cm.
10. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên dài $2a$. Tính theo a độ dài đường cao của hình chóp.

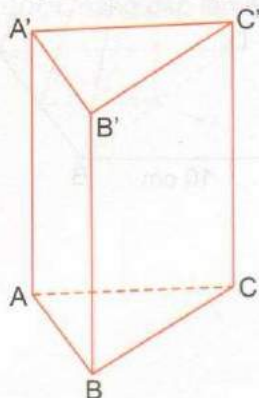
11. Hình sau đây được ghép bởi hai hình vuông và bốn hình thang cân bằng nhau với kích thước đã cho. Em hãy :

- a) Tính tổng diện tích của các hình đã cho.
- b) Cắt theo đường màu đen rồi gấp theo đường nét đứt, thử đoán xem em có thể xếp thành hình không gian gì ?

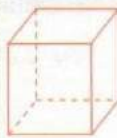
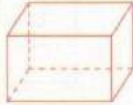
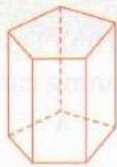



ÔN TẬP CHƯƠNG 4





1. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Em hãy tìm trong hình :
 - a) Các đường thẳng song song với nhau.
 - b) Các mặt phẳng song song với nhau.
 - c) Các đường thẳng vuông góc với nhau.
 - d) Các đường thẳng vuông góc với các mặt phẳng.
 - e) Các mặt phẳng vuông góc với nhau.



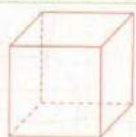
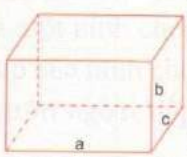
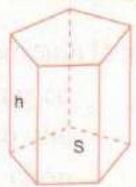
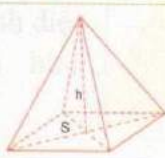
2. Quan sát các hình sau và điền vào chỗ trống trong bảng :

Hình				
Tên gọi				
Số đỉnh				
Số mặt				
Số cạnh				

3. Quan sát các hình chóp đều sau và điền vào chỗ trống trong bảng :

Hình chóp				
Số cạnh đáy				
Tên đa giác đáy				
Tên hình chóp				
Số mặt bên				

4. Điền công thức thể tích các khối sau vào cột trống bên trái :

		Hình ảnh	Thể tích $V =$
1	Hình lập phương cạnh a		
2	Hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c		
3	Hình lăng trụ đứng có diện tích đáy S và chiều cao h		
4	Hình chóp đều có diện tích đáy S và chiều cao h		

5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 6$ cm, $AD = 8$ cm và $AA' = 12$ cm.

a) Chứng minh các tứ giác $AA'C'C$, $BB'D'D$ là những hình chữ nhật.

b) Chứng minh rằng

$$AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2.$$

Tính độ dài đoạn AC' .

c) Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình hộp chữ nhật.

6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $AB = 40$ cm, cạnh bên $SA = 48$ cm.

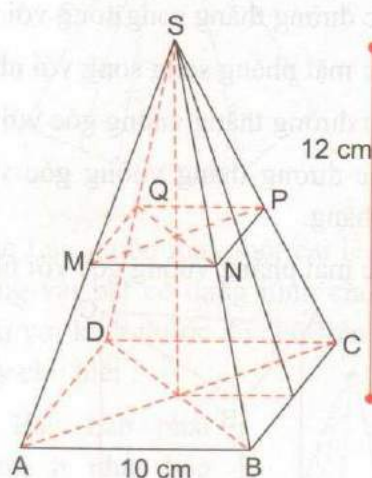
a) Tính chiều cao và thể tích của hình chóp.

b) Tính trung đoạn và diện tích toàn phần của hình chóp.

7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với kích thước đã ghi trên hình. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh bên.

a) Tính thể tích các khối chóp $S.ABCD$ và $S.MNPQ$.

b) Tính thể tích khối chóp cụt $MNPQ.ABCD$.



ÔN TẬP CUỐI NĂM

A – PHẦN ĐẠI SỐ

1. Năm ngoái, tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu người. Năm nay, dân số của tỉnh A tăng thêm 1,1%, còn dân số của tỉnh B tăng thêm 1,2%. Tuy vậy, số dân của tỉnh A năm nay vẫn nhiều hơn tỉnh B là 807 200 người. Tính số dân năm ngoái của mỗi tỉnh.

2. Tính số điện (kWh) đã sử dụng

Để khuyến khích người dùng tiết kiệm điện, công ty điện lực đưa ra bảng giá cho thấy nếu dùng càng nhiều thì giá tiền phải trả trên 1 kWh càng cao.



Ngành Điện quy định mức giá bán điện sinh hoạt (chưa kể thuế VAT) theo bảng sau :

Mức sử dụng của một hộ trong tháng	Giá bán điện (đồng/kWh)
Cho kWh từ 0 - 100 (cho hộ thông thường)	1 418
Cho kWh từ 101 - 150	1 622
Cho kWh từ 151 - 200	2 044
Cho kWh từ 201 - 300	2 210
Cho kWh từ 301 - 400	2 361
Cho kWh từ 401 trở lên	2 420

Biết rằng gia đình bà Đào đã trả 993 520 đồng (kể cả thuế VAT 10%) tiền điện tháng 9/2016. Hỏi gia đình của bà Đào đã sử dụng bao nhiêu kWh điện trong tháng 9/2016.

3. Một số tự nhiên có hai chữ số. Chữ số hàng đơn vị gấp hai lần chữ số hàng chục. Nếu thêm chữ số 1 xen vào giữa hai chữ số ấy thì được một số mới lớn hơn số ban đầu là 370. Tìm số ban đầu.

4. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng nếu viết thêm một chữ số 2 vào bên trái và một chữ số 2 vào bên phải số đó thì ta được một số lớn gấp 153 lần số ban đầu.

5. Giải các bất phương trình :

a) $\frac{x-3}{2} > 1$

b) $\frac{2-x}{3} < 2$

c) $\frac{x-2}{3} > \frac{4+x}{2}$

d) $\frac{1-x}{-3} > \frac{4-x}{-4}$

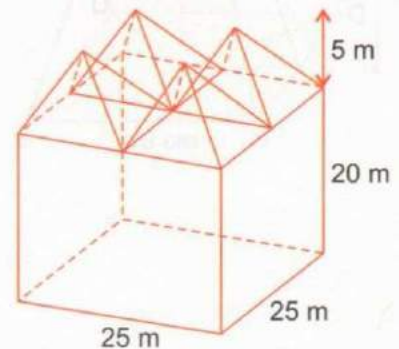
6. Một xí nghiệp sản xuất trà xanh đóng gói. Với loại gói có khối lượng 500 g, xí nghiệp cho phép có sai số tối đa là 6 g. Tìm khối lượng tối đa và khối lượng tối thiểu của các gói trà khi xuất xưởng.

B - PHẦN HÌNH HỌC

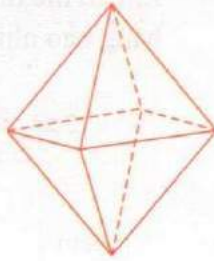
1. Người ta muốn làm một cái nhà kho bằng tôn hình lăng trụ tứ giác đều có mái che là bốn hình chóp tứ giác đều với kích thước đã cho trên hình.

a) Tính diện tích tôn cần thiết dùng để lợp mái và che xung quanh.

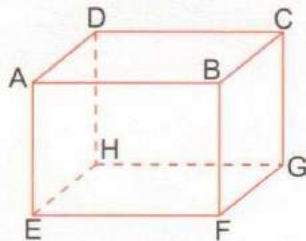
b) Tính thể tích không khí trong kho sau khi xây dựng xong.



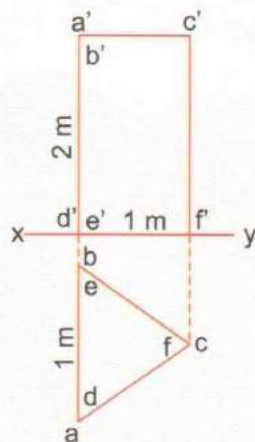
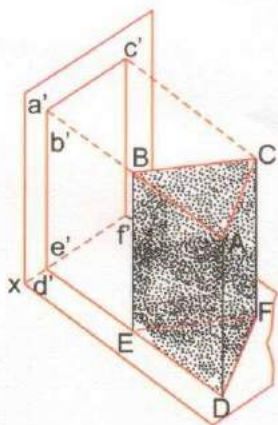
2. Bạn Mai làm một cái lồng đèn hình quả trám (xem hình bên) là hình ghép từ hai hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy 20 cm, khoảng cách giữa hai đỉnh của hai hình chóp là 30 cm. Tính thể tích của lồng đèn.



3. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.EFGH. Em hãy kể tên :

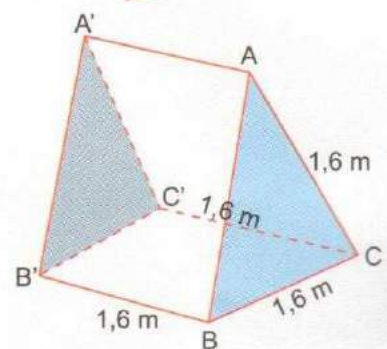


- a) Các đường thẳng song song với (EFGH).
 b) Các mặt phẳng song song với đường thẳng AB.
 c) Các đường thẳng song song với đường thẳng BC.
4. Hình khối sau đây có phải là hình lăng trụ đứng không? Tính thể tích và diện tích toàn phần của khối.



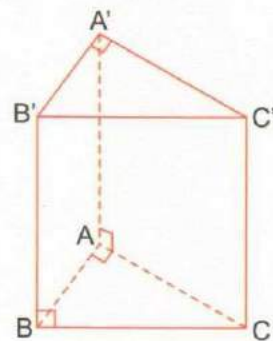
5. Bác Mai muốn may một cái lều cắm trại hình lăng trụ đứng bằng vải bạt như như trong hình, với tất cả các cạnh đều dài 1,6 m.

- a) Hỏi bác Mai phải có ít nhất bao nhiêu m^2 vải bạt?
 b) Sau khi may xong, thể tích của lều là bao nhiêu?

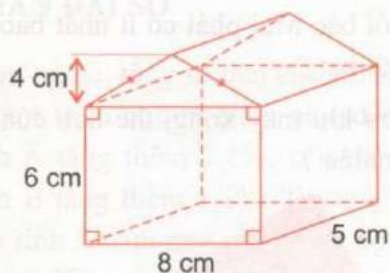


6. Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là các tam giác vuông. Hãy kể tên :

- a) Các cạnh song song với cạnh BB'.
 b) Cạnh song song với cạnh AB.
 c) Các đường thẳng song song với mặt phẳng (ABC).
 d) Các đường thẳng song song với mặt phẳng (AA'B'B).



7. Mô hình nhà trong hình vẽ có phải là hình lăng trụ không? Tính diện tích toàn phần và thể tích của mô hình.



8. Em có thể tính thể tích của khối dưới đây bằng bao nhiêu cách?

